

การระบุตัวตนของแบบจำลองมอเตอร์ดีซีอันดับเศษส่วนด้วยอัลกอริทึมแบบค้างคาว

Identification of Fractional-order DC Motor Model by Bat Algorithm

สัตตาทภูมิ ไทยพานิช¹ ชานนรงค์ อ่างทอง² และ ดนุพล คำปัญญา^{2*}

Sattarpoom Thaipanit¹ Channarong Angthong² and Danupon Kumpanya^{2*}

¹สาขาวิชาระบบสารสนเทศและคอมพิวเตอร์ธุรกิจ คณะบริหารธุรกิจและเทคโนโลยีสารสนเทศ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ

¹Department of Business Information and Computer, Faculty of Business Administration and Information Technology, Rajamangala University of Technology Suvarnabhumi, Thailand

²สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์และสถาปัตยกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ

²Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering and Architecture, Rajamangala University of Technology Suvarnabhumi, Thailand

*Corresponding Author E-mail: danupon.k@rmutsb.ac.th

Received: 24/01/25, Revised: 18/02/25, Accepted: 19/02/25

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอ การระบุตัวตนของแบบจำลองมอเตอร์ดีซีอันดับเศษส่วนด้วยอัลกอริทึมแบบค้างคาว ซึ่งเป็นการหาค่าเหมาะที่สุดแบบเมตา-ฮิวริสติกที่มีประสิทธิภาพ ได้แนวคิดจากพฤติกรรมการระบุตำแหน่งด้วยคลื่นเสียงสะท้อนของค้างคาวขนาดเล็กที่มีการปล่อยพัลส์และความดังแตกต่างกัน มอเตอร์ดีซีในห้องปฏิบัติการได้รับการทดสอบเพื่อเก็บข้อมูลที่สำคัญ คือ สัญญาณอินพุตแบบขั้นบันไดและสัญญาณเอาต์พุตของมอเตอร์ดีซี ผลที่ได้รับพบว่า อัลกอริทึมแบบค้างคาวสามารถหาค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองมอเตอร์ดีซีได้ทั้งแบบจำลองอันดับจำนวนเต็มและแบบจำลองอันดับเศษส่วนอย่างเหมาะสม อย่างไรก็ตามแบบจำลองอันดับเศษส่วนสามารถหาค่าได้ถูกต้องมากกว่าแบบจำลองอันดับจำนวนเต็ม

คำสำคัญ: การระบุตัวตน อันดับจำนวนเต็ม อันดับเศษส่วน มอเตอร์ดีซี อัลกอริทึมแบบค้างคาว

Abstract

This paper, identification of fractional-order DC motor model by bat algorithm (BA) proposes one of the most efficient meta-heuristic optimization techniques in searching value of the parameters. The BA is based on the echolocation behaviour of micro bats in varying pulse emission and loudness. The DC motor was tested in the laboratory to collect important data such as the step input signal and output signal of the DC motor. As the results, it was found that the BA can provide the optimal parameters of the DC motor in both integer-order and fractional-order models appropriately. However, the fractional-order model is more accurate than the integer-order model.

Keywords: Identification, Integer-order, Fractional-order, DC Motor, Bat Algorithm (BA)

1. บทนำ

มอเตอร์ดีซี (DC Motor) เป็นเครื่องกลไฟฟ้าที่แปลงพลังงานไฟฟ้าไปเป็นพลังงานกล [1] นิยมใช้งานกันอย่างกว้างขวางในอุตสาหกรรม ทั้งนี้เพราะมีโครงสร้างการทำงานที่ง่ายและให้กำลังงานสูง นอกจากนี้การควบคุมมอเตอร์ดีซีสามารถทำได้สะดวกในบริบทของระบบควบคุม การควบคุมมอเตอร์ดีซีที่มีประสิทธิภาพจำเป็นต้องอาศัยการวิเคราะห์และออกแบบอย่างรัดกุม โดยเริ่มจากการหาแบบจำลองของมอเตอร์ดีซี การหาแบบจำลอง คือ ต้องทราบค่าพารามิเตอร์ทั้งหมดของมอเตอร์ดีซี จำเป็นต้องอาศัยขั้นตอนการทดสอบที่ยุ่งยาก [2] และค่าพารามิเตอร์ต่างๆ มีค่าความผิดพลาดอยู่แล้วในบางส่วน เมื่อนำมาหาแบบจำลองทำให้เกิดค่าความผิดพลาดสะสมของค่าพารามิเตอร์แต่ละตัว จึงทำให้แบบจำลองที่ได้รับมีค่าความผิดพลาดมากเมื่อเทียบกับในทางปฏิบัติ

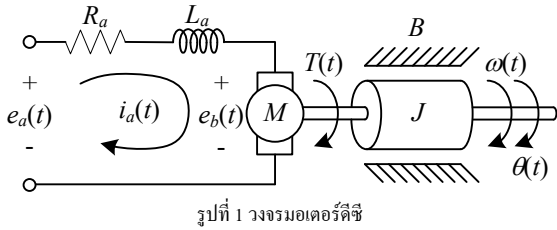
ปัญหาการหาแบบจำลองโดยอาศัยค่าพารามิเตอร์ของมอเตอร์ดีซี จึงทำให้การระบุตัวตน (Identification) โดยไม่อาศัยค่าพารามิเตอร์ของมอเตอร์ดีซี [3] เป็นที่นิยมใช้งานกันมากในปัจจุบัน [4] การระบุตัวตนสามารถทำได้หลายวิธี เช่น การระบุตัวตนในลักษณะของแบบจำลองแบบกล่องดำ (Black Box) ได้พัฒนาจนเป็นโปรแกรมสำเร็จรูปที่ใช้งานคือ System Identification Toolbox ร่วมกับ MATLAB/SIMULINK [5]

ในบทความนี้ จึงนำเสนอการระบุตัวตนของแบบจำลองมอเตอร์ดีซีอันดับเศษส่วน (Fractional-order หรือ FO) ด้วยอัลกอริทึมแบบค้างคาว (Bat Algorithm หรือ BA) [6] ซึ่งเป็นเทคนิคของการค้นหาค่าเหมาะที่สุดแบบเมตา-ฮิวริสติก (Meta-heuristic Optimization) [7] ที่มีประสิทธิภาพ ถูกนำเสนอโดย Yang เมื่อปี ค.ศ. 2010 ได้แนวคิดจากพฤติกรรมการระบุตำแหน่งด้วยคลื่นเสียงสะท้อน (Echolocation) ของค้างคาวขนาดเล็กที่มีการปล่อยพัลส์และความดังแตกต่างกันทำให้ค้างคาวสามารถค้นหาเหยื่อและแยกแยะแมลงประเภทต่างๆ ได้แม้อยู่ในที่มืดสนิท จนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาทางด้านวิศวกรรมต่างๆ อาทิเช่น การออกแบบคานเชื่อมประกอบ การออกแบบภาชนะรับแรงดัน และการ

ออกแบบสปริง [8] โดยเปรียบเทียบกับอันดับจำนวนเต็ม (Integer-order หรือ IO) ซึ่งได้อธิบายไว้ในหัวข้อที่ 2. แบบจำลองมอเตอร์ดีซี หัวข้อที่ 3. ทฤษฎีของแคลคูลัสเศษส่วน หัวข้อที่ 4. อัลกอริทึมแบบค้างคา หัวข้อที่ 5. การระบุตัวคนของแบบจำลองมอเตอร์ดีซีด้วย BA หัวข้อที่ 6. ผลการทดสอบและอภิปรายผล และหัวข้อที่ 7. สรุป ตามลำดับ

2. แบบจำลองมอเตอร์ดีซี

แบบจำลองมอเตอร์ดีซีสามารถเขียนเป็นวงจรที่ประกอบไปด้วย โครงสร้างทางไฟฟ้าและโครงสร้างทางกล [1] แสดงได้ดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 วงจรมอเตอร์ดีซี

จากรูปที่ 1 พบว่า วงจรมอเตอร์ดีซีสามารถแยกโครงสร้างต่างๆ ตามสัญลักษณ์ได้ดังต่อไปนี้ $e_a(t)$ คือ แรงดันอาร์เมเจอร์ (Armature Voltage : V), R_a คือ ความต้านทานอาร์เมเจอร์ (Armature Resistance : Ω), L_a คือ ความเหนี่ยวนำอาร์เมเจอร์ (Armature Inductance : H), $i_a(t)$ คือ กระแสอาร์เมเจอร์ (Armature Current : A), $\omega(t)$ คือ ความเร็วเชิงมุม (Angular Velocity : rad/s), J คือ โมเมนต์ความเฉื่อย (Moment of Inertia : kg.m^2), $e_b(t)$ คือ แรงดันย้อนกลับ (Back EMF Voltage : V), $T(t)$ คือ แรงบิดมอเตอร์ (Motor Torque : N.m), B คือ สัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน (Coefficient of Viscous Friction : N.m.s/rad), K_t คือ ค่าคงที่ของมอเตอร์ (Motor Constant), K_b คือ ค่าคงที่ของแรงดันเหนี่ยวนำย้อนกลับ (Back EMF Constant) ในขณะที่ $T_L(t)$ คือ การรบกวนโหลดที่เกิดจากภายนอก (External Load Disturbance : N.m)

สมการทางไฟฟ้าและสมการทางกลของมอเตอร์ดีซีแสดงได้ดังสมการที่ (1) ถึงสมการที่ (4)

$$e_a(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + e_b(t) \quad (1)$$

$$e_b(t) = K_b \omega(t) \quad (2)$$

$$T(t) = K_t i_a(t) \quad (3)$$

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} + B\omega(t) + T_L(t) = T(t) \quad (4)$$

โดยที่ ผลการแปลงลาปลาซ (Laplace Transform) จากสมการที่ (1) ถึงสมการที่ (4) สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (5) ถึงสมการที่ (8)

$$E_a(s) = R_a I_a(s) + sL_a I_a(s) + E_b(s) \quad (5)$$

$$E_b(s) = K_b \Omega(s) \quad (6)$$

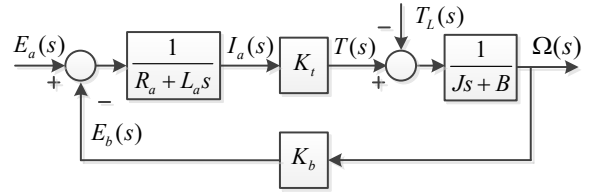
$$T(s) = K_t I_a(s) \quad (7)$$

$$sJ\Omega(s) + B\Omega(s) + T_L(s) = T(s), \quad T_L(s) = 0 \quad (8)$$

ดังนั้น ฟังก์ชันถ่ายโอนของมอเตอร์ดีซีที่มีความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วเชิงมุมและแรงดันอินพุตแสดงได้ดังสมการที่ (9)

$$\frac{\Omega(s)}{E_a(s)} = \frac{K_t}{L_a J s^2 + (R_a J + L_a B)s + (R_a B + K_b K_t)} \quad (9)$$

และเขียนเป็นบล็อกไดอะแกรมของมอเตอร์ดีซีแสดงได้ดังรูปที่ 2



รูปที่ 2 บล็อกไดอะแกรมของมอเตอร์ดีซี

3. ทฤษฎีของแคลคูลัสเศษส่วน

3.1 แคลคูลัสเศษส่วน

แคลคูลัสเศษส่วน (Fractional Calculus) [9] มีคำจำกัดความทั่วไป (Generalization) ที่มีความแตกต่างและซับซ้อนรวมเข้าด้วยกัน โดยใช้เป็นตัวดำเนินการปริพันธ์ (Integral) และอนุพันธ์ (Derivative) ${}_a D_t^q$ เมื่อ a และ t คือ ขอบเขตของตัวดำเนินการ และ q คือ อันดับเศษส่วน (Fractional Order) ของตัวดำเนินการ แสดงได้ดังสมการที่ (10) โดยที่ $q \in \mathbb{R}$ หมายถึง อันดับของตัวดำเนินการ

$${}_a D_t^q = \begin{cases} \frac{d^q}{dt^q} & R(q) > 0 \\ 1 & R(q) = 0 \\ \int_a^t (d\tau)^{-q} & R(q) < 0 \end{cases} \quad (10)$$

นิยามของแคลคูลัสเศษส่วนที่ใช้สำหรับปริพันธ์อนุพันธ์เศษส่วน คือ นิยามของกรูนวาลด์-เลตนิคอฟ (Grunwald-Letnikov) อธิบายได้ดังนี้

$${}_a D_t^q f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^q} \sum_{j=0}^{\left[\frac{t-a}{h} \right]} (-1)^j \binom{n}{j} f(t - jh) \quad (11)$$

โดยที่ $[(t-a)/h]$ คือ ส่วนของจำนวนเต็มซึ่งแสดงถึงจำนวนขั้นการคำนวณ n คือ จำนวนเต็มที่สุดค้องกับเงื่อนไข $n-1 < q < n$, h คือ ค่าขนาดขั้นการคำนวณ (Step Size) และค่าสัมประสิทธิ์ทวินาม (Binomial Coefficient) แสดงได้ดังสมการที่ (12)

$$\binom{n}{j} = \frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma(j+1)\Gamma(n-j+1)} \quad (12)$$

สำหรับฟังก์ชันแกมมาของออยเลอร์ (Euler's Gamma Function) แสดงได้ดังสมการที่ (13) และนิยามของรีมันน์-ลีอูวิลล์ (Riemann-Liouville) แสดงได้ดังสมการที่ (14)

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt \quad (13)$$

$${}_a D_t^q f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-q)} \left(\frac{d}{dt} \right)^n \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{q-n+1}} d\tau \quad (14)$$

โดยที่ $\Gamma(\cdot)$ คือ ฟังก์ชันแกมมา n คือ จำนวนเต็มที่สุดคี่ตรงกับเงื่อนไข $n-1 < q < n$ และ q คือ จำนวนจริง

ในการออกแบบระบบควบคุมแบบเชิงเส้นอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในรูปของผลการแปลงลาปลาซตามนิยามของรีมันน์-ลีอูวิลล์ จากสมการที่ (14) แสดงได้ดังสมการที่ (15)

$$\begin{aligned} L\{ {}_a D_t^q f(t) \} &= \int_0^{\infty} e^{-st} {}_a D_t^q f(t) dt \\ &= s^q F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^k D_t^{q-k-1} f(t) \Big|_{t=0} \end{aligned} \quad (15)$$

โดยที่ n คือ จำนวนเต็มที่สุดคี่ตรงกับเงื่อนไข $n-1 < q < n$ และ $s = j\omega$ ซึ่งหมายถึง ตัวแปรเชิงซ้อนที่ได้จากการแปลงลาปลาซ

3.2 ระบบอันดับเศษส่วน

ระบบพลวัตเศษส่วน (Fractional Dynamic Systems) แสดงได้ด้วยสมการอนุพันธ์เศษส่วน (Fractional Differential Equation) ของ $r(t)$ และ $c(t)$ ดังสมการที่ (16)

$$\begin{aligned} a_n D^{q_n} c(t) + a_{n-1} D^{q_{n-1}} c(t) + \dots + a_0 D^{q_0} c(t) \\ = b_m D^{d_m} r(t) + b_{m-1} D^{d_{m-1}} r(t) + \dots + b_0 D^{d_0} r(t) \end{aligned} \quad (16)$$

โดยที่ $r(t)$ คือ สัญญาณของอินพุต (Input Signal) และ $c(t)$ คือ สัญญาณของเอาต์พุต (Output Signal) เมื่อ $D^q \equiv {}_a D_t^q$ ค่าสัมประสิทธิ์ $a_n, b_m \in R$ และอันดับ $q_n, d_m \in R$ เมื่อ $q_n > q_{n-1} > \dots > q_0$ และ $d_m > d_{m-1} > \dots > d_0$ ตามลำดับ จากการแปลงลาปลาซสมการที่ (16) ให้เงื่อนไขเริ่มต้นเป็นศูนย์ ระบบอันดับเศษส่วนเขียนฟังก์ชันถ่ายโอนแสดงได้ดังสมการที่ (17)

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_m s^{d_m} + b_{m-1} s^{d_{m-1}} + \dots + b_0 s^{d_0}}{a_n s^{q_n} + a_{n-1} s^{q_{n-1}} + \dots + a_0 s^{q_0}} \quad (17)$$

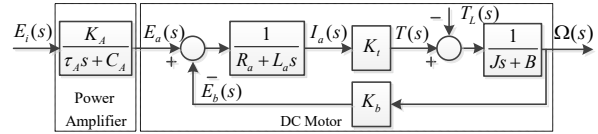
3.3 แบบจำลองมอเตอร์ดีซีอันดับเศษส่วน

ในทางปฏิบัติชุดทดลองควบคุมมอเตอร์ดีซีในห้องปฏิบัติการจริงจะถูกขับเคลื่อนด้วยตัวขับ สามารถเขียนเป็นฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับหนึ่ง โดยที่ K_A คือ ค่าอัตราขยายของตัวขับ (Gain of Drive) τ_A คือ ค่าคงตัวทางเวลาของตัวขับ (Time Constant of Drive) และ C_A คือ ค่าคงที่ของ

ตัวขับ (Constant of Drive) แสดงได้ดังสมการที่ (18)

$$G_p(s) = \frac{\Omega(s)}{E_i(s)} = \left(\frac{K_A}{\tau_A s + C_A} \right) \left(\frac{K_t}{JL_a s^2 + (BL_a + JR_a)s + (BR_a + K_t K_b)} \right) \quad (18)$$

และเขียนเป็นบล็อกไดอะแกรมของมอเตอร์ดีซีที่ถูกขับเคลื่อนด้วยตัวขับแสดงได้ดังรูปที่ 3



รูปที่ 3 บล็อกไดอะแกรมของมอเตอร์ดีซีกับตัวขับ

จากสมการที่ (18) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันถ่ายโอนของอันดับจำนวนเต็ม (IO) และอันดับเศษส่วน (FO) ได้ดังสมการที่ (19) และสมการที่ (20) ในขณะที่ ค่าพารามิเตอร์ของมอเตอร์ดีซีจะหาด้วย BA

$$\begin{aligned} G_p(s) &= \frac{K_A K_t}{(\tau_A J L_a) s^3} \\ &\quad + (\tau_A B L_a + \tau_A J R_a + C_A J L_a) s^2 \\ &\quad + (\tau_A B R_a + \tau_A K_t K_b + C_A B L_a + C_A J R_a) s \\ &\quad + (C_A B R_a + C_A K_t K_b) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} G_p(s) &= \frac{K_A K_t}{(\tau_A J L_a) s^{q_3}} \\ &\quad + (\tau_A B L_a + \tau_A J R_a + C_A J L_a) s^{q_2} \\ &\quad + (\tau_A B R_a + \tau_A K_t K_b + C_A B L_a + C_A J R_a) s^{q_1} \\ &\quad + (C_A B R_a + C_A K_t K_b) \end{aligned} \quad (20)$$

4. อัลกอริทึมแบบคางคาว

อัลกอริทึมแบบคางคาวถูกนำเสนอโดย Yang เมื่อปี ค.ศ. 2010 [6] ได้แนวคิดจากพฤติกรรมการระบุตำแหน่งด้วยคลื่นเสียงสะท้อนของคางคาวขนาดเล็กที่มีการปล่อยพัลส์และความดังแตกต่างกัน สามารถเขียนเป็นกลไกที่สำคัญ 3 ข้อ ได้ดังต่อไปนี้

- 1) คางคาวบินเข้าหาเหยื่อด้วยคลื่นเสียงสะท้อนที่มีการปล่อยพัลส์ความถี่สูงอย่างเป็นจังหวะและสม่ำเสมอ
- 2) คางคาวบินอย่างไร้แบบแผนด้วยความเร็ว v_i ที่ตำแหน่ง x_i ด้วยความถี่ f_{min} โดยเปลี่ยนแปลงความยาวคลื่น λ และความดังของเสียง A_0 เพื่อค้นหาเหยื่อและปรับความยาวคลื่น (ความถี่) ของพัลส์ที่ปล่อยออกมาอัตโนมัติและปรับอัตราการปล่อยพัลส์ (Pulse Emission หรือ r) โดยที่ $r \in [0, 1]$ จะขึ้นอยู่กับระยะของเป้าหมาย
- 3) ความดังของเสียงสามารถเปลี่ยนแปลงได้หลากหลายรูปแบบ ความดังของเสียงจะเปลี่ยนแปลงจากความดังของเสียงสูงสุดที่ A_0 ไปยังค่าคงที่ต่ำที่สุด A_{min} นั่นคือความดังของเสียงจะลดไปเรื่อยๆ เมื่อคางคาวเข้าใกล้เหยื่อเพิ่มมากขึ้น จากกลไกที่สำคัญ 3 ข้อ ดังกล่าวข้างต้น สามารถเขียนรหัสจำลอง (Pseudo Code) แสดงอัลกอริทึมแบบคางคาว (BA)

ได้ดังรูปที่ 4 เมื่อ TC คือ เกณฑ์ยุติการค้นหา (Termination Criteria)

```

Initialized:
- Objective function  $f(x)$ ,  $x = (x_1, \dots, x_d)^T$ 
- Initialize the bat population  $x_i = (i = 1, 2, \dots, n)$  and  $v_i$ 
- Define pulse frequency  $f_i$  at  $x_i$ 
- Initialize pulse rate  $r_i$  and the loudness  $A_i$ 
while ( $t < Max\_Gen$ ) or (Termination Criteria: TC)
- Generate new solutions by adjusting frequency
- Update velocities and locations/solutions by using (21) - (23)
  if ( $rand > r_i$ )
  - Select as solution among the best solutions
  - Generate a local solution around the selected best solution
  else if
  - Generate a new solution by flying randomly
  if ( $rand < A_i$  &  $f(x_i) < f(x_s)$ )
  - Accept the new solutions
  - Increase  $r_i$  and reduce  $A_i$ 
  end if
- Rank the bats and find the current best  $x_s$ 
End while
Report the best solution found
    
```

รูปที่ 4 รหัสจำลองแสดงอัลกอริทึมแบบค้างคาว [6]

ค้างคาวแต่ละตัวมีความสัมพันธ์กับความเร็ว v_i^t และตำแหน่ง x_i^t ที่รอบการทำให้ t ในปริภูมิการค้นหา d มิติ ในจำนวนของค้างคาวทั้งหมด x_s คือ ผลเฉลยที่ดีที่สุดในรอบปัจจุบัน ดังนั้น จากกลไกที่สำคัญ 3 ข้อ ข้างต้น สามารถปรับปรุงตำแหน่ง x_i^t และความเร็ว v_i^t ได้ใหม่โดยอาศัยสมการที่ (21) ถึงสมการที่ (23)

$$f_i = f_{\min} + \beta(f_{\max} - f_{\min}) \quad (21)$$

$$v_i^t = v_i^{t-1} + f_i(x_i^{t-1} - x_s) \quad (22)$$

$$x_i^t = x_i^{t-1} + v_i^t \quad (23)$$

เมื่อ $\beta \in [0,1]$ คือ เวกเตอร์การสุ่มจากการแจกแจงแบบปกติ (Uniform Distribution) ในค้างคาวแต่ละตัวจะถูกกำหนดความถี่แบบสุ่มซึ่งมาจากการสุ่ม $[f_{\min}, f_{\max}]$ อย่างสม่ำเสมอ ที่ระยะเวลาของการทำให้ความดัง A_i และอัตราพัลส์ r_i จะถูกปรับตามสมการที่ (24) เพื่อสร้างความสมดุลการสำรวจและการแสวงหาประโยชน์ สำหรับ $0 < \alpha < 1$ และ $\gamma > 0$ พบว่า ความดัง ($A_i^t \rightarrow 0$) และอัตราพัลส์ ($r_i^t \rightarrow r_i^0$) เมื่อ $(t \rightarrow \infty)$ โดยที่ Yang [6] กำหนดให้ค่าของ $\alpha = \gamma \in [0.9, 0.98]$

$$A_i^{t+1} = \alpha A_i^t, \quad r_i^{t+1} = r_i^0(1 - e^{(-\gamma t)}) \quad (24)$$

ผู้ใช้งานสามารถปรับค่าพารามิเตอร์ของ BA ได้ตามความเหมาะสมตามคำแนะนำของ Yang [6] โดยกำหนดให้จำนวนของค้างคาว $n = 20$ ถึง 50 ตัว ความถี่ $f_{\min} = 0.0$ และ $f_{\max} = 2.0$ ความดังของเสียง $A_0 = 0.5$ อัตราการปล่อยพัลส์ $r_0 = 0.5$ และ $\alpha = \gamma = 0.9$

5. การระบุตัวตนของแบบจำลองมอเตอร์ดีซีด้วย BA

การประยุกต์ใช้งาน BA เพื่อระบุตัวตนของแบบจำลองมอเตอร์ดีซีเพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆ ของสมการที่ (18) แสดงได้ดังรูปที่ 5

จากสมการที่ (19) และสมการที่ (20) แบบจำลองอันดับจำนวนเต็ม (IO) และอันดับเศษส่วน (FO) ให้เป็นสมการที่ (25) และสมการที่ (26)

การระบุตัวตนเพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์ $a_0, b_0, \dots, b_3$ ในสมการที่ (25)

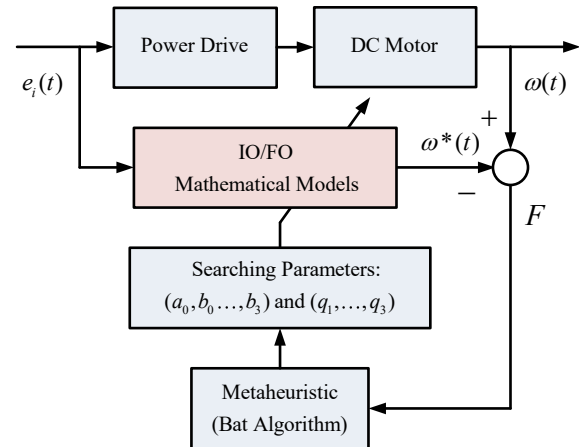
และ $a_0, b_0, \dots, b_3, q_1, \dots, q_3$ ในสมการที่ (26) ในปริภูมิการค้นหา (Search Spaces) แสดงได้ดังสมการที่ (27)

$$G(s)|_{IO} = \frac{a_0}{b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0} \quad (25)$$

$$G(s)|_{FO} = \frac{a_0}{b_3 s^{q_3} + b_2 s^{q_2} + b_1 s^{q_1} + b_0} \quad (26)$$

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimize} \quad F = \sum_{i=1}^N [\omega_i(t) - \omega_i^*(t)]^2 \\
 &\text{subject to} \quad \left. \begin{aligned}
 a_{0_min} &\leq a_0 \leq a_{0_max}, \\
 b_{0_min} &\leq b_0 \leq b_{0_max}, \\
 b_{1_min} &\leq b_1 \leq b_{1_max}, \\
 b_{2_min} &\leq b_2 \leq b_{2_max}, \\
 b_{3_min} &\leq b_3 \leq b_{3_max}, \\
 q_{1_min} &\leq q_1 \leq q_{1_max}, \\
 q_{2_min} &\leq q_2 \leq q_{2_max}, \\
 q_{3_min} &\leq q_3 \leq q_{3_max}
 \end{aligned} \right\} \quad (27)
 \end{aligned}$$

จากรูปที่ 5 ค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (Objective Function หรือ F) ในรูปของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Sum Squared Error หรือ SSE) [10] หาได้จากผลรวมของค่าผลต่างกำลังสองระหว่างข้อมูลความเร็วจริง $\omega(t)$ และข้อมูลความเร็วการจำลอง $\omega^*(t)$ เมื่อ F บวกกลับจาก BA ทำให้ได้น้อยที่สุดระหว่างผลการทดสอบจริงกับแบบจำลองของมอเตอร์ดีซี



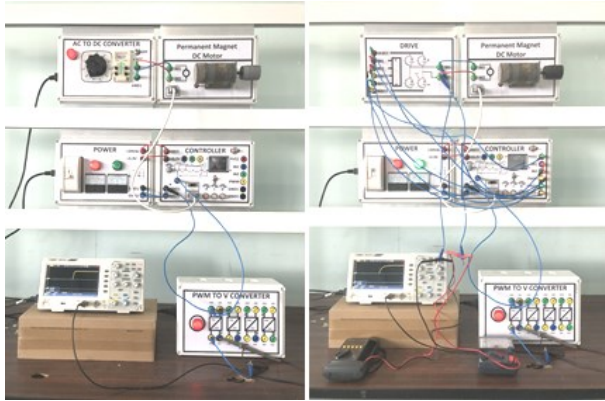
รูปที่ 5 การระบุตัวตนของแบบจำลองมอเตอร์ดีซีด้วย BA

6. ผลการทดสอบและอภิปรายผล

6.1 การทดสอบมอเตอร์ดีซีในห้องปฏิบัติการจริง

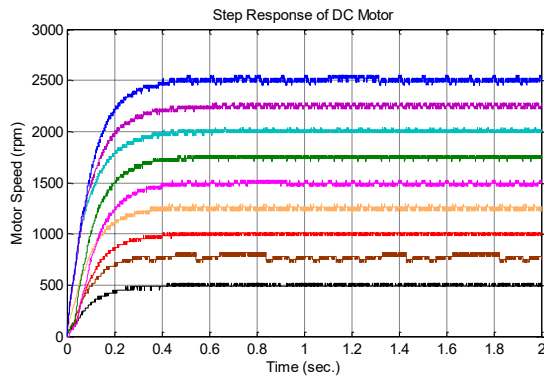
การทดสอบการทำงานของมอเตอร์ดีซีที่ใช้ในห้องปฏิบัติการจริงแสดงได้ดังรูปที่ 6 ก) ปรับค่าแรงดัน และ ข) ปรับค่าพัลส์วัดที่มอเตอร์เลข (Pulse Width Modulation หรือ PWM) ผ่านตัวขับ (Driver) ใช้มอเตอร์ดีซีขนาด 150 วัตต์ ความเร็วรอบสูงสุด 3000 รอบต่อนาที ใช้ทาโคมิเตอร์ (Tachometer) แบบสะท้อนแสง วัดความเร็วรอบในขณะที่ความเร็วคงตัว

ทำการปรับค่าแรงดันจากนั้นอ่านค่าความเร็วรอบ โดยแบ่งการทดสอบความเร็วรอบ เป็น 9 ระดับ คือ 500, 750, 1000, 1250, 1500, 1750, 2000, 2250 และ 2500 รอบต่อนาที ผลการทดสอบได้สัญญาณจากเอ็นโค้ดเดอร์ (Encoder) ถูกบันทึกค่าด้วยออสซิลโลสโคปแบบดิจิทัล OWON – SDS1102 2CH แสดงได้ดังรูปที่ 7

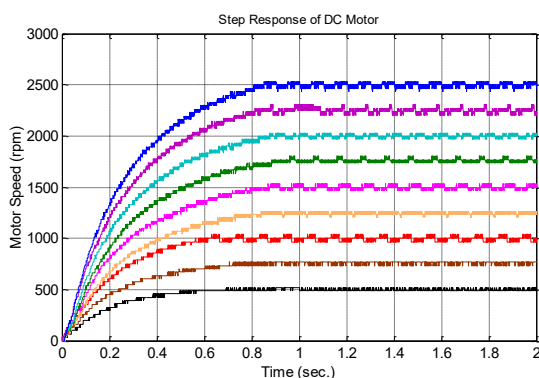


ก) ปรับค่าแรงดัน (ชุดที่ 1) ข) ปรับค่าพัลส์วัดส่วนมูลฐาน (ชุดที่ 2)

รูปที่ 6 การทดสอบการทำงานของมอเตอร์ดีซีในห้องปฏิบัติการจริง



ก) ข้อมูลชุดที่ 1



ข) ข้อมูลชุดที่ 2

รูปที่ 7 ความเร็วรอบของมอเตอร์ดีซีที่ได้จากการทดสอบ

6.2 ผลการระบุตัวตนของแบบจำลองมอเตอร์ดีซีด้วย BA

การหาค่าพารามิเตอร์ของ BA เบื้องต้นกำหนดจำนวนของค้ำค่า $n = 20$ ความถี่ $f_{\min} = 0.0$ และ $f_{\max} = 2.0$ ความดังของเสียง $A_0 = 0.5$

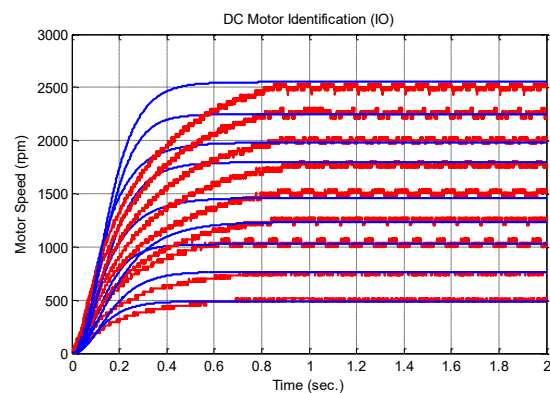
อัตราการปล่อยพัลส์ $r_0 = 0.5$ และ ค่า $\alpha = \gamma = 0.9$ จำนวนรอบสูงสุด (Max_Gen) = 1000 รอบ กำหนดให้เป็น TC เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองมอเตอร์ดีซีอันดับเศษส่วน (FO) และอันดับจำนวนเต็ม (IO) อย่างเหมาะสมที่สุด ภายในปริภูมิการค้นหาก็ได้กำหนดไว้ในสมการที่ (28) (แบบไม่เจาะจงจากการทำงานจริง) ของมอเตอร์ดีซีในห้องปฏิบัติการจริง

$$\left. \begin{aligned} [J_{\min} \leq J \leq J_{\max}] &= [0.0, 0.01], \\ [B_{\min} \leq B \leq B_{\max}] &= [0.0, 0.05], \\ [R_{a_{\min}} \leq R_a \leq R_{a_{\max}}] &= [0.0, 10], \\ [L_{a_{\min}} \leq L_a \leq L_{a_{\max}}] &= [0.0, 1], \\ [K_{t_{\min}} \leq K_t \leq K_{t_{\max}}] &= [0.0, 0.5], \\ [K_{b_{\min}} \leq K_b \leq K_{b_{\max}}] &= [0.0, 0.5] \end{aligned} \right\} \text{DC Motor}$$

$$\left. \begin{aligned} [K_{A_{\min}} \leq K_A \leq K_{A_{\max}}] &= [0.0, 80], \\ [\tau_{A_{\min}} \leq \tau_A \leq \tau_{A_{\max}}] &= [0.0, 10], \\ [C_{A_{\min}} \leq C_A \leq C_{A_{\max}}] &= [0.0, 80] \end{aligned} \right\} \text{Drive}$$

$$\left. \begin{aligned} [q_{1_{\min}} \leq q_1 \leq q_{1_{\max}}] &= [0.9, 1.1], \\ [q_{2_{\min}} \leq q_2 \leq q_{2_{\max}}] &= [1.9, 2.1], \\ [q_{3_{\min}} \leq q_3 \leq q_{3_{\max}}] &= [2.9, 3.1] \end{aligned} \right\} \text{FO}$$

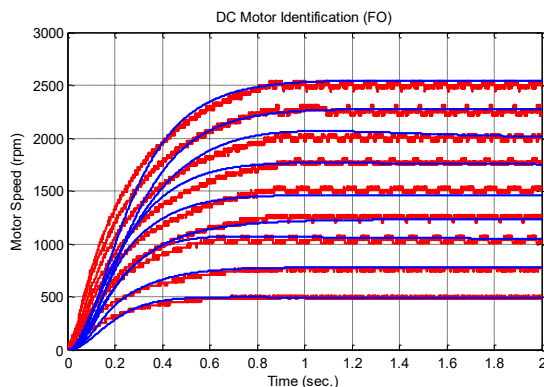
สำหรับการระบุตัวตนของแบบจำลองมอเตอร์ดีซีด้วย BA ให้นำค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการระบุตัวตน (ข้อมูลชุดที่ 1) ไปใช้ในการระบุตัวตน (ข้อมูลชุดที่ 2) เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ของตัวขับในสมการที่ (18) จากการระบุตัวตนของแบบจำลองมอเตอร์ดีซี พบว่า ค่าพารามิเตอร์ของมอเตอร์ดีซีอันดับจำนวนเต็ม (IO) แสดงได้ดังตารางที่ 1 ฟังก์ชันถ่ายโอนของแบบจำลองมอเตอร์ดีซีอันดับจำนวนเต็ม (IO) แสดงได้ดังตารางที่ 2 ค่าพารามิเตอร์ของมอเตอร์ดีซีอันดับเศษส่วน (FO) แสดงได้ดังตารางที่ 3 และฟังก์ชันถ่ายโอนของแบบจำลองมอเตอร์ดีซีอันดับเศษส่วน (FO) แสดงได้ดังตารางที่ 4 นอกจากนี้ ผลการระบุตัวตนของแบบจำลองมอเตอร์ดีซีอันดับจำนวนเต็ม (IO) และอันดับเศษส่วน (FO) ด้วย BA แสดงได้ดังรูปที่ 8 และรูปที่ 9 ตามลำดับ



รูปที่ 8 การระบุตัวตนของแบบจำลองมอเตอร์ดีซีอันดับจำนวนเต็ม (IO) ด้วย BA

จากรูปที่ 8 และตารางที่ 1 กับรูปที่ 9 และตารางที่ 3 พบว่า BA สามารถหาค่าพารามิเตอร์ของมอเตอร์ดีซีอันดับเศษส่วน (FO) และ

อันดับจำนวนเต็ม (IO) ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ผลที่ได้รับจากการระบุตัวตนของแบบจำลองมอเตอร์ดีซีอันดับเศษส่วน (FO) หาค่าได้ถูกต้องมากกว่าอันดับจำนวนเต็ม (IO) นอกจากนี้ ฟังก์ชันถ่ายโอนของแบบจำลองมอเตอร์ดีซีอันดับเศษส่วน (FO) สามารถใช้ในการจำลองระบบควบคุมแบบอันดับเศษส่วน (FO) และอันดับจำนวนเต็ม (IO) ด้วย MATLAB/SIMULINK & FOMCON Toolbox [11 – 12] ดังนั้น การระบุตัวตนของแบบจำลองมอเตอร์ดีซีอันดับเศษส่วน (FO) ด้วย BA สามารถอธิบายผลตอบสนองพลวัตแท้จริงของมอเตอร์ดีซีได้อย่างมีประสิทธิภาพ



รูปที่ 9 การระบุตัวตนของแบบจำลองมอเตอร์ดีซีอันดับเศษส่วน (FO) ด้วย BA

7. สรุป

การระบุตัวตนของแบบจำลองมอเตอร์ดีซีอันดับเศษส่วน (FO) ด้วย BA ที่นำเสนอในบทความนี้ ได้ทดสอบความเร็วรอบเป็น 9 ระดับ คือ 500, 750, 1000, 1250, 1500, 1750, 2000, 2250 และ 2500 รอบต่อนาที การระบุตัวตนของแบบจำลองมอเตอร์ดีซีอันดับเศษส่วน (FO) ให้นำค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการระบุตัวตน (ข้อมูลชุดที่ 1) อันดับจำนวนเต็ม (IO) ป้อนให้กับการระบุตัวตน (ข้อมูลชุดที่ 2) เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ของตัวขับ วิธี BA สามารถหาค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองอันดับเศษส่วน (FO) และอันดับจำนวนเต็ม (IO) ได้อย่างเหมาะสม ผลจากการระบุตัวตนของแบบจำลองมอเตอร์ดีซีอันดับเศษส่วน (FO) หาค่าได้ถูกต้องมากกว่าอันดับจำนวนเต็ม (IO) มีความแม่นยำสูง และสะดวกต่อการนำไปใช้งาน นอกจากนี้ ฟังก์ชันถ่ายโอนสามารถนำไปออกแบบระบบควบคุมแบบอันดับเศษส่วน (FO) ด้วย MATLAB/SIMULINK & FOMCON Toolbox

เอกสารอ้างอิง

[1] S. P. Yadav and V. K. Tripathi, "A Case Study of DC Motor Speed Control with PID Controller through MATLAB," *International Journal of Advanced Research in Computer and Communication Engineering*, pp. 1008–1011, 2006.

[2] P. Vas, *Parameter Estimation, Condition Monitoring and Diagnosis of Electrical Machines*, Oxford University Press, 1993.

[3] L. Ljung, *System identification, Theory for the user*, Prentice-Hall, 1987.

[4] P. Eykhoff, *System identification, Parameter and State Estimation*, John Wiley & Sons, 1974.

[5] *MATLAB/SIMULINK User's Guide*, The Math Works Inc., Natick, MA, 1998.

[6] X. S. Yang, "A new metaheuristic bat-inspired an algorithm," in: *Nature Inspired Cooperative Strategies for Optimization (NICSO 2010)* (Eds. J. R. Gonzalez et al.), *Studies in Computational Intelligence*, Springer Berlin, 284, Springer, pp. 65–74, 2010.

[7] X. S. Yang, *Engineering Optimization: An Introduction with Metaheuristic Applications*, John Wiley & Sons, 2010.

[8] X. S. Yang, "Bat algorithm for multi-objective optimization," *Int. J. Bio-Inspired Computation*, Vol. 3 No. 5, pp. 267–274, 2011.

[9] I. Podlubny, *Fractional Differential Equations*, San Diego, CA, USA: Academic Press, 1999.

[10] ไกรสร สว่างศรี สัตถาภูมิ ไทยพานิช และ ดนุพล คำปัญญา, "การควบคุมอุณหภูมิของกาดม้ไฟฟ้าด้วยการหาค่าที่เหมาะสมแบบลิแกมมบนพื้นฐานตัวควบคุมพีไอดี," *วารสารวิชาการวิศวกรรมไฟฟ้าไทย ปีที่ 4, ฉบับที่ 1, หน้า 9–13, ม.ก. – เม.ย. 2567*.

[11] A. Tepljakov, E. Petlenkov and J. Belikov, "FOMCON: Fractional-Order Modeling and Control Toolbox for MATLAB" *Proceedings of the 18th International Conference on Mixed Design of Integrated Circuits and Systems*, pp. 684–689, 2011.

[12] A. Tepljakov, E. Petlenkov and J. Belikov, "FOMCON: a MATLAB Toolbox for Fractional-Order Systems Identification and Control," *International Journal of Micro-electronics and Computer Science*, Vol. 2, No. 2, pp. 51–62, 2011.

ตารางที่ 1 ค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองมอเตอร์ดีซีอินดับจำนวนเต็ม (IO)

Speed (rpm)	Model Parameters								
	J	B	R_a	L_a	K_t	K_b	K_A	τ_A	C_A
500	0.0015	0.0170	3.0231	0.0994	0.0502	0.0471	14.7453	0.9094	14.9467
750	0.0008	0.0299	5.0205	0.6285	0.2168	0.2881	82.0859	6.4887	83.5445
1000	0.0010	0.0178	5.6148	0.3532	0.1001	0.0101	87.6321	2.9064	84.7985
1250	0.0003	0.0251	5.3603	0.5996	0.2366	0.2172	47.3627	6.1591	47.7135
1500	0.0005	0.0128	5.1471	0.9632	0.1001	0.3001	49.3177	6.5766	51.2700
1750	0.0009	0.0295	2.2943	0.1756	0.0732	0.0259	28.3786	6.3705	29.4182
2000	0.0002	0.0274	3.2071	0.4653	0.1195	0.2463	29.3739	5.4213	30.0958
2250	0.0010	0.0288	1.8306	0.2219	0.0918	0.3023	47.9953	6.4033	47.1780
2500	0.0011	0.0293	2.5753	0.1670	0.1134	0.1247	32.7890	6.1676	32.8210

ตารางที่ 2 ฟังก์ชันถ่ายโอนของแบบจำลองมอเตอร์ดีซีอินดับจำนวนเต็ม (IO)

Speed (rpm)	Transfer Functions of DC Motor
500	$G_p(s) _{500} = \frac{0.740}{0.000135s^3 + 0.00788s^2 + 0.141s + 0.803}$
750	$G_p(s) _{750} = \frac{17.80}{0.003263s^3 + 0.19000s^2 + 3.285s + 17.76}$
1000	$G_p(s) _{1000} = \frac{8.772}{0.001027s^3 + 0.06454s^2 + 1.303s + 8.561}$
1250	$G_p(s) _{1250} = \frac{11.21}{0.001108s^3 + 0.11120s^2 + 1.940s + 8.872}$
1500	$G_p(s) _{1500} = \frac{4.937}{0.003167s^3 + 0.12270s^2 + 1.395s + 4.918}$
1750	$G_p(s) _{1750} = \frac{2.077}{0.001007s^3 + 0.05080s^2 + 0.656s + 2.047}$
2000	$G_p(s) _{2000} = \frac{3.510}{0.000504s^3 + 0.07540s^2 + 1.039s + 3.530}$
2250	$G_p(s) _{2250} = \frac{4.406}{0.001421s^3 + 0.06311s^2 + 0.903s + 3.797}$
2500	$G_p(s) _{2500} = \frac{3.718}{0.001133s^3 + 0.05368s^2 + 0.806s + 2.941}$

ตารางที่ 3 ค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองมอเตอร์ดีซีอินดับเศษส่วน (FO)

Speed (rpm)	Model Parameters											
	J	B	R_a	L_a	K_t	K_b	K_A	τ_A	C_A	q_1	q_2	q_3
500	0.0015	0.0170	3.0231	0.0994	0.0502	0.0471	18.2221	1.4369	17.7533	1.0177	2.0245	2.9553
750	0.0008	0.0299	5.0205	0.6285	0.2168	0.2881	54.1420	5.7626	55.3599	1.0015	2.0743	3.0888
1000	0.0010	0.0178	5.6148	0.3532	0.1001	0.0101	35.0782	1.7019	33.2231	0.9842	1.9774	2.9499
1250	0.0003	0.0251	5.3603	0.5996	0.2366	0.2172	38.4492	6.9809	38.6023	0.9763	1.9309	3.0241
1500	0.0005	0.0128	5.1471	0.9632	0.1001	0.3001	49.9215	4.3852	53.5808	0.9986	1.9127	3.0462
1750	0.0009	0.0295	2.2943	0.1756	0.0732	0.0259	33.7270	7.0729	35.0298	1.0556	1.9049	3.0932
2000	0.0002	0.0274	3.2071	0.4653	0.1195	0.2463	15.3129	1.6562	15.7251	1.0341	1.9306	3.0137
2250	0.0010	0.0288	1.8306	0.2219	0.0918	0.3023	13.0881	2.5976	12.8548	1.0249	2.0432	3.0004
2500	0.0011	0.0293	2.5753	0.1670	0.1134	0.1247	47.9953	6.4033	47.1750	0.9818	1.9353	2.9110

ตารางที่ 4 ฟังก์ชันถ่ายโอนของแบบจำลองมอเตอร์ชนิดขับเคลื่อนด้วยกระแสตรง (FO)

Speed (rpm)	Transfer Functions of DC Motor
500	$G_p(s) _{500} = \frac{0.914}{0.00021424s^{2.9553} + 0.011591s^{2.0245} + 0.1877s^{1.0177} + 0.954}$
750	$G_p(s) _{750} = \frac{11.738}{0.00289750s^{3.0888} + 0.159270s^{2.0743} + 2.4877s^{1.0015} + 11.768}$
1000	$G_p(s) _{1000} = \frac{3.511}{0.00060111s^{2.9499} + 0.03199s^{1.9774} + 0.5672s^{0.98421} + 3.354}$
1250	$G_p(s) _{1250} = \frac{9.097}{0.00125570s^{3.0241} + 0.123230s^{1.9309} + 1.9410s^{0.97627} + 7.177}$
1500	$G_p(s) _{1500} = \frac{4.997}{0.00211190s^{3.0462} + 0.091155s^{1.9127} + 1.2191s^{0.99856} + 5.139}$
1750	$G_p(s) _{1750} = \frac{2.468}{0.00111780s^{3.0932} + 0.056780s^{1.9049} + 0.7459s^{1.0556} + 2.437}$
2000	$G_p(s) _{2000} = \frac{1.829}{0.00015412s^{3.0137} + 0.023641s^{1.9306} + 0.4048s^{1.0341} + 1.844}$
2250	$G_p(s) _{2250} = \frac{1.201}{0.00057642s^{3.0004} + 0.024209s^{2.0432} + 0.3147s^{1.0249} + 1.034}$
2500	$G_p(s) _{2500} = \frac{5.442}{0.00117630s^{2.9110} + 0.058138s^{1.9353} + 0.9382s^{0.98184} + 4.227}$