

วงจรรากที่สองอย่างง่ายโดยใช้อุปกรณ์ที่หาซื้อได้ทั่วไป

A simple square-rooting circuits using available commercial devices

ชัยวัฒน์ สากุล¹ และ อธิพงษ์ ชัยสาธิต²

Chaiwat Sakul^{1*} and Ittipong Chaisayun²

¹ภาควิชาเทคโนโลยี คณะวิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลศรีวิชัย วิทยาเขตตรัง

¹Department of Technology, Faculty of Engineering and Technology, Rajamangala University of Technology Srivijaya, Trang Campus, Thailand

²ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเอเชียอาคเนย์

²Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Southeast Asia University, Thailand

*Corresponding Author E-mail: chaiwatsakul@gmail.com

Received: 04/01/24, Revised: 08/03/24, Accepted: 12/03/24

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอ วงจรรากที่สองจำนวน 2 วงจรที่สร้างจาก ออปแอมป์ป้อนกลับกระแส (AD844) คู่ร่วมกับ ไอซีอินเวอร์เตอร์ (CD4007) หลักการทำงานของวงจรรากที่สองสมมติกำลังสองของมอสทรานซิสเตอร์ที่อยู่ภายใน CD4007 วงจรรากที่สองแบบที่ 1 จะให้แรงดันเอาต์พุตมีค่าเป็นลบ ขณะที่วงจรรากที่สองแบบที่ 2 จะให้แรงดันเอาต์พุตมีค่าเป็นบวก ผลการจำลองการทำงานโดยใช้ LTspice ให้ผลลัพธ์ที่สอดคล้องกับการวิเคราะห์ทางทฤษฎี

คำสำคัญ: วงจรรากที่สอง ออปแอมป์ป้อนกลับกระแส - มอสทรานซิสเตอร์

Abstract

This paper proposes two square-rooting circuits consisting of AD844 and CD4007. Principle of operation of the proposed circuits is based on the square-law characteristic of MOS transistor within CD4007. The first square root circuit gives the output signal negative. The second circuit works give the output signal positive. Simulation results based on LTspice program agree well with theoretical anticipation.

Keywords: Square Rooting Circuit, Current Feedback Op Amp, MOS Transistor

1. บทนำ

วงจรรากที่สองสัญญาณแบบแอนะล็อกเป็นวงจรที่มีประโยชน์มาก เพราะสามารถนำไปประยุกต์ใช้งานได้อย่างกว้างขวางทั้งในระบบการประมวลผลสัญญาณทางแอนะล็อก โทรคมนาคม และเครื่องมือวัด ในอดีตการสร้าง วงจรรากที่สอง ส่วนมากสร้างโดยการใช่วงจรคูณสัญญาณคู่ร่วมกับวงจรรอแอมป์ แต่ราคาสำหรับวงจรรคูณสัญญาณ (AD633) มีราคาสูงประมาณ 800 บาทเมื่อเปรียบเทียบกับราคาของ

มอสทรานซิสเตอร์(CD4007) ซึ่งมีราคาประมาณ 20 บาท ทำให้การนำไปใช้งาน และศึกษาการทำงานของ วงจรรากที่สองสัญญาณจึงมีไม่มากนัก ในการออกแบบวงจรรากที่สองสัญญาณได้มีการออกแบบมาอย่างต่อเนื่อง[1-10] โดยบางงานวิจัยได้ออกแบบเพื่อใช้งานในรูปแบบของวงจรรวม[1-4] ซึ่งไม่เหมาะสมที่จะมาต่อใช้งานสำหรับลงแผ่นปริ้นท์ทั่วไป ขณะที่งานวิจัย [5-6] ได้ออกแบบ วงจรรากที่สองสัญญาณโดยใช้ ไอซีเอ ถึงแม้ว่าไอซีเอจะมีขายในท้องตลาด แต่เมื่อเทียบกับออปแอมป์แล้ว ออปแอมป์ หาซื้อง่ายและราคาถูกกว่า ต่อมาได้มีการออกแบบวงจรรากที่สอง โดยใช้ดิ้งเอาระเบิดจากไฟเลี้ยงที่จ่ายให้ออปแอมป์มาใช้ (the op-amp supply current sensing) ซึ่งกระแสนี้ได้รับอิทธิพลจากภาคเอาต์พุตของวงจรรายในออปแอมป์ซึ่งมีคุณสมบัติเป็นกำลังสอง [7] แต่มีข้อเสียคือใช้จำนวนอุปกรณ์ที่มาก จากนั้นได้มีการนำเสนอวงจรรากที่สองโดยใช้หลักการ double dual slope[8] ซึ่งข้อเสียคือใช้จำนวนอุปกรณ์ที่มากและมีค่าความผิดพลาดสูง หลังจากนั้นมีการนำเสนอวงจรรากที่สอง[9] ที่ใช้ออปแอมป์คู่ร่วมกับมอสทรานซิสเตอร์แต่บทความดังกล่าวยังมีข้อเสียในเรื่องจำนวนอุปกรณ์ที่ใช้ยังมากอยู่ และเมื่อเร็วนี้การนำเสนอวงจรรากที่สอง[10] ที่ใช้ออปแอมป์คู่ร่วมกับมอสทรานซิสเตอร์วงจรมีข้อดีคือ ใช้จำนวนอุปกรณ์น้อย มีโครงสร้างที่ง่าย แต่บทความดังกล่าวยังมีข้อเสียในเรื่องข้อจำกัดของออปแอมป์ที่ตอบสนองความถี่ที่ไม่สูงและอัตราสุ่มมีค่าต่ำ ดังนั้นบทความนี้จึงได้นำเสนอการออกแบบ วงจรรากที่สองสัญญาณโดยใช้ออปแอมป์ป้อนกลับกระแสคู่ร่วมกับมอสทรานซิสเตอร์ วงจรที่นำเสนอนี้ใช้จำนวนอุปกรณ์น้อย มีโครงสร้างที่ง่าย และตอบสนองความถี่และอัตราสุ่มที่สูง

2. ทฤษฎีและหลักการทำงานของวงจร

บทความนี้ได้ออกแบบวงจรรากที่สองที่สร้างจากออปแอมป์ป้อนกลับกระแส และมอสทรานซิสเตอร์ โดยมีมอสทรานซิสเตอร์ที่ใช้เป็น มอสทรานซิสเตอร์ที่อยู่ภายในของ ไอซีดีจิตอล CD4007

ประกอบด้วย มอสมทรานซิสเตอร์ชนิดเอ็นแชนแนลและพีแชนแนลอย่างละ 3 ตัว

2.1 มอสมทรานซิสเตอร์

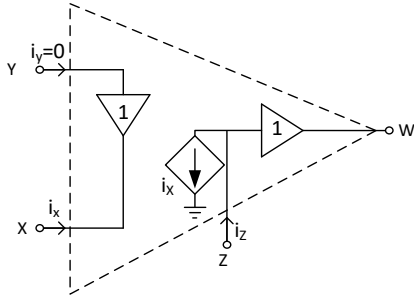
มอสมทรานซิสเตอร์ชนิดเอ็นแชนแนลมีความสัมพันธ์ของกระแสและแรงดันดังนี้

$$I_D = K_n(V_{gs} - V_T)^2 \quad (1)$$

เมื่อ I_D คือกระแสเดรน V_{gs} คือแรงดันระหว่างขาเกตและขาซอร์ส V_T คือแรงดันขีดเริ่ม และ $K_n = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L}$ คือ พารามิเตอร์ของมอสมทรานซิสเตอร์

2.2 ออปแอมป์ป้อนกลับกระแส

ออปแอมป์ป้อนกลับกระแส (Current Feedback Op Amp: CFOA) ประกอบด้วยวงจรตามแรงดัน 2 วงจรและวงจรตามกระแส 1 วงจรตามรูปที่ 1



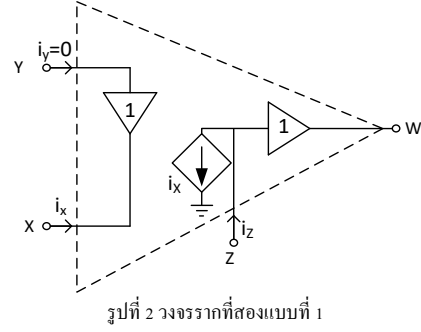
รูปที่ 1 แบบจำลองอย่างง่ายของออปแอมป์ป้อนกลับกระแส

จากรูปที่ 1 ขา y เป็นอินพุตที่มีอิมพีแดนซ์สูง ทำหน้าที่เป็นอินพุตของวงจรตามแรงดันที่ให้อาต์พุตเป็นแรงดันที่ ขา x ขณะที่ ขา x ยังเป็นอินพุตกระแสด้วยทำหน้าที่เป็นวงจรตามกระแสที่ให้อาต์พุตเป็นกระแสที่ ขา z และ ที่ขา z นี้ยังทำหน้าที่เป็นอินพุตของวงจรตามแรงดันที่ให้อาต์พุตเป็นแรงดันที่ ขา w ความสัมพันธ์ของกระแสและแรงดันที่ขาต่างๆเป็นดังนี้

$$I_y = 0, i_x = i_z, v_x = v_y, v_w = v_z \quad (2)$$

2.3 วงจรรากที่สองแบบที่ 1

วงจรรากที่สองแบบที่ 1 จะใช้มอสมทรานซิสเตอร์ชนิดเอ็นแชนแนล คู่ร่วมกับออปแอมป์ป้อนกลับกระแสแสดงในรูปที่ 2 ในการทำงาน CFOA, R_1 และ M_1 ทำหน้าที่สร้างฟังก์ชันรากที่สองขณะที่ M_2 และ R_2 ทำหน้าที่เป็นแหล่งจ่ายแรงดัน เพื่อสร้างแรงดันคงที่ V_T



รูปที่ 2 วงจรรากที่สองแบบที่ 1

ในรูปที่ 2 เมื่อกระแสที่ไหลเข้าโนด x มีค่าเท่ากับกระแสที่ไหลเข้าโนด z ตามสมการ (2) สามารถหาความสัมพันธ์ของแรงดันอินพุตกับกระแสเดรนของทรานซิสเตอร์ M_1 ดังนี้

$$\frac{V_{in}}{R_1} = K_n(V_{gs1} - V_T)^2 \quad (3)$$

$$V_{gs1} = V_T + \sqrt{\frac{V_{in}}{K_n R_1}} \quad (4)$$

และเมื่อแรงดันโนด z เท่ากับแรงดันโนด w สามารถหาความสัมพันธ์ของแรงดัน M_1 และ M_2 คือ

$$V_{gs1} + V_{out} = V_{gs2} \quad (5)$$

และแรงดัน V_{gs2} ในรูปของกระแสที่ไหลผ่าน R_2 คือ

$$V_{gs2} = V_T + \sqrt{\frac{I_2}{K_n}} \quad (6)$$

แทนสมการ (4) และ (6) ใน (5) จะได้

$$V_{out} = -\sqrt{\frac{V_{in}}{K_n R_1}} + \sqrt{\frac{I_2}{K_n}} \quad (7)$$

เมื่อ $I_2 = \frac{V_{CC} - V_{gs2}}{R_2}$ ถ้าออกแบบให้ R_2 มีค่าสูงจนทำให้ I_2 มีค่าน้อย

มากจนประมาณเท่ากับศูนย์แอมแปร์ทำให้ แรงดันเอาต์พุตกลายเป็น

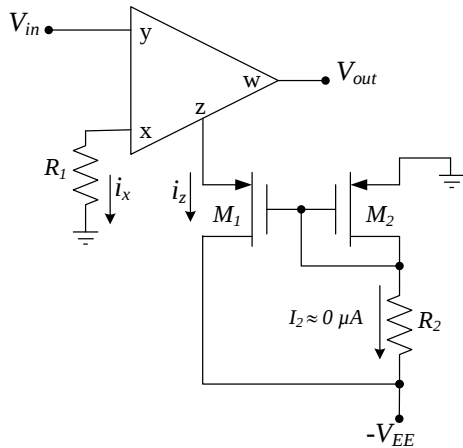
$$V_{out} = -\sqrt{\frac{V_{in}}{K_n R_1}} + \sqrt{\frac{I_2}{K_n}} \quad (8)$$

จากสมการ (8) จะเห็นว่าแรงดันเอาต์พุตมีค่าเท่ากับค่าลบของรากที่สองของแรงดันอินพุต เงื่อนไขการทำงาน สมการที่ (8) จะเป็นจริงได้เมื่ออินพุต มีค่าเป็นบวกเท่านั้น

2.4 วงจรรากที่สองแบบที่ 2

วงจรรากที่สองแบบที่ 2 จะใช้มอสมทรานซิสเตอร์ชนิดพีแชนแนล คู่ร่วมกับออปแอมป์ป้อนกลับกระแสแสดงในรูปที่ 3 วงจรแบบที่ 2 นี้ใช้จำนวนอุปกรณ์เท่ากับวงจรรากที่สองแบบที่ 1 และโครงสร้างวงจรยัง

คล้ายกันมากคือเปลี่ยนจากทรานซิสเตอร์แบบเอ็นแชลแนลเป็นแบบพีแชลแนล



รูปที่ 3 วงจรเร้าที่สองแบบที่ 2

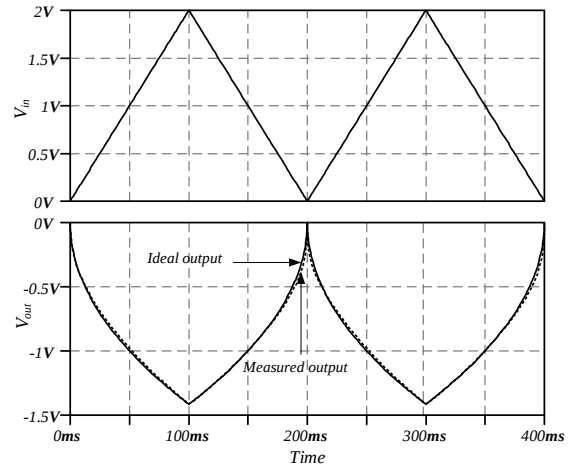
วงจรรเร้าที่สองแบบที่ 2 สามารถแสดงความสัมพันธ์ของแรงดันอินพุตและเอาต์พุตได้ดังนี้

$$V_{out} = -\sqrt{\frac{V_{in}}{K_p R_1}} \quad (9)$$

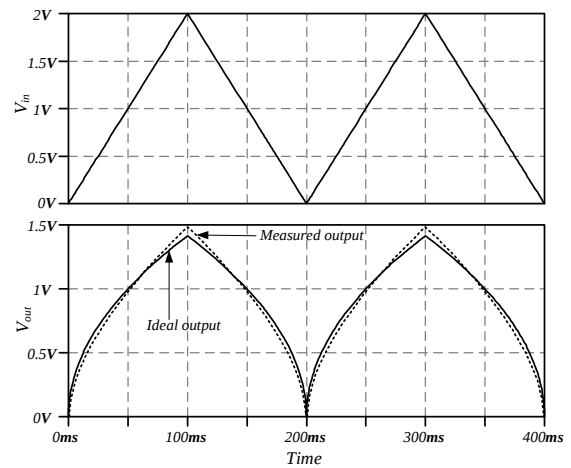
เงื่อนไขการทำงาน สมการ (9) จะเป็นจริงได้เมื่อ อินพุต ต้องมีค่าเป็นบวกเท่านั้น จากสมการ(8)-(9) จะเห็นว่าอัตราขยายของวงจรรเร้าที่สองทั้ง 2 วงจรสามารถปรับได้ด้วยตัวต้านทาน R1 ถ้าต้องการให้วงจรมีอัตราขยายสูงต้องใช้ค่า R1 ที่ต่ำแต่ R1 เป็นค่าความต้านทานอินพุตของวงจรรเร้าที่สองด้วยถ้า R1 มีค่าต่ำจะส่งผลให้วงจรรเร้าที่สองบริโภคนกระแสสูง ในกรณีที่วงจรรเร้าที่สองทางอินพุตจ่ายกระแสไม่พอสามารถแก้ไขโดยการเพิ่มวงจรรเร้าที่สองที่อินพุตของวงจรรเร้าที่สอง

3. ผลการทดลอง

เพื่อทดสอบผลการวิเคราะห์ทางทฤษฎี วงจรรเร้าที่สองทั้งสองแบบ ได้ถูกจำลองการทำงานด้วยโปรแกรม LTSpice โดยวงจรรเร้าที่สองทั้ง 2 วงจรนี้ใช้ไฟเลี้ยง $V_{CC} = -V_{EE} = 7\text{ V}$ สำหรับ ออปแอมป์ย้อนกลับกระแสใช้แบบจำลอง ของ AD8444 และ มอสมทรานซิสเตอร์ใช้แบบจำลองของ CD4007 [11] สำหรับวงจรรเร้าที่สองแบบที่ 1 ออกแบบให้ค่า $R_1 = 1/K_N = 1.45\text{ k}\Omega$ และ $R_2 = 500\text{ k}\Omega$ ทำให้สมการ(8) เขียนได้ใหม่เป็น $V_{out} = -\sqrt{V_{in}}$ สำหรับวงจรรเร้าที่สองแบบที่ 2 ออกแบบให้ค่า $R_1 = 1/K_P = 0.75\text{ k}\Omega$ และ $R_2 = 1000\text{ k}\Omega$ ทำให้สมการ(9) เขียนได้ใหม่เป็น $V_{out} = \sqrt{V_{in}}$ วงจรรเร้าที่สองแบบที่ 1 ในรูปที่ 2 เมื่อป้อนอินพุตเป็นสัญญาณรูปสามเหลี่ยมที่มีขนาด 2 V จะได้ผลลัพธ์แสดงในรูปที่ 4 ขณะที่วงจรรเร้าที่สองแบบที่ 2 ในรูปที่ 3 จะได้ผลลัพธ์แสดงในรูปที่ 5 โดยผลลัพธ์ที่ได้ (measured output)ถูกเปรียบเทียบกับค่าในทางทฤษฎี (Ideal output)

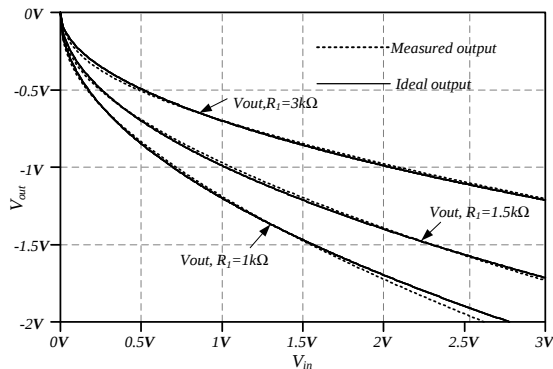


รูปที่ 4 อินพุตและเอาต์พุตของวงจรรเร้าที่สองแบบที่ 1

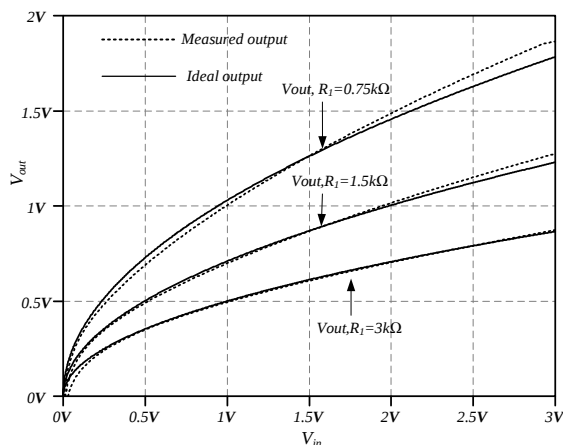


รูปที่ 5 อินพุตและเอาต์พุตของวงจรรเร้าที่สองแบบที่ 2

ในรูปที่ 4 พบว่าเมื่อแรงดันอินพุตเท่ากับ 1 V แรงดันเอาต์พุตจะเท่ากับ -1 V และขณะที่แรงดันอินพุตเท่ากับ 2 V แรงดันเอาต์พุตจะเท่ากับ -1.4 V ซึ่งสอดคล้องกับค่าในทางทฤษฎี ตามสมการ $V_{out} = -\sqrt{V_{in}}$ และในรูปที่ 5 พบว่าเมื่อแรงดันอินพุตเท่ากับ 1 V แรงดันเอาต์พุตจะเท่ากับ 1 V และขณะที่แรงดันอินพุตเท่ากับ 2 V แรงดันเอาต์พุตจะเท่ากับ 1.5 V ซึ่งใกล้เคียงกับค่าในทางทฤษฎีตามสมการ $V_{out} = \sqrt{V_{in}}$ จะเห็นได้ว่าวงจรรเร้าที่สองแบบที่ 1 ให้ผลลัพธ์ที่ใกล้เคียงกับค่าทางทฤษฎีมากกว่าวงจรรเร้าที่สองแบบที่ 2 เมื่อนำวงจรรเร้าที่สองที่นำเสนอมาทดสอบคุณสมบัติทางด้านการตอบสนองพบว่า ทั้ง 2 วงจร มีค่าความถี่คัตออฟประมาณ 55MHz เมื่อนำมาเปรียบเทียบกับวงจรในลักษณะเดียวกันในบทความ[10] ที่มีค่าความถี่คัตออฟประมาณ 1MHz จะเห็นได้ว่าวงจรรเร้าที่สองที่นำเสนอให้ผลการตอบสนองความถี่ที่สูงกว่า และเมื่อนำวงจรรเร้าที่สองทั้ง 2 แบบมาทดสอบการปรับค่าอัตราขยายโดยการปรับค่าความต้านทาน R_1 แสดงในรูป 6 และ 7



รูปที่ 6 เอาต์พุตของวงจรแบบที่ 1 เมื่อเปลี่ยนค่า R_i



รูปที่ 7 เอาต์พุตของวงจรแบบที่ 2 เมื่อเปลี่ยนค่า R_i

จาก ผลลัพธ์ ในรูปที่ 6 และ 7 ยืนยันว่าค่าอัตราขยายของวงจรทั้งสองทั้ง 2 แบบสามารถปรับค่าด้วยความต้านทาน R_i ซึ่งจะสอดคล้องกับสมการ(8)และ(9) เมื่อเปรียบเทียบแรงดันเอาต์พุตของวงจรที่นำเสนอ (measured output)กับ ค่าแรงดันเอาต์พุตในทางทฤษฎี(Ideal output) พบว่าวงจรทั้งสองแบบที่ 1 ให้ผลลัพธ์ที่ใกล้เคียงกับค่าทางทฤษฎีมากกว่าวงจรแบบที่ 2

4. สรุป

บทความนี้นำเสนอ วงจรรากที่สองสัญญาณจำนวน 2 วงจรโดยวงจรทั้งสองทั้ง 2 นี้ จะให้แรงดันเอาต์พุตที่มีทิศทางตรงข้ามกัน และอัตราขยายของวงจรทั้งสองทั้ง 2 วงจรสามารถปรับค่าได้ด้วยตัวต้านทาน R_i เมื่อนำวงจรทั้งสองมาทดสอบด้วย LTspice พบว่าผลลัพธ์ที่ได้สอดคล้องกับการวิเคราะห์ทางทฤษฎี โดยวงจรทั้งสองแบบที่ 1 ให้ผลลัพธ์ที่ใกล้เคียงกับค่าทางทฤษฎีมากกว่าวงจรแบบที่ 2

เอกสารอ้างอิง

[1] I. M. Filanovsky, and H. P. Baltes, "Simple CMOS analog square-rooting and squaring circuits," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol.39, pp.312-315, 1992.

[2] S. I. Liu, "Square-rooting and vector summation circuits using current conveyors," in *IEE Proceedings G-Circuits, Devices and Systems*, vol.142, pp. 223-226,1995.

[3] I. Chaisayun and K. Dejhan, "Analog nonlinear circuits based on the voltage level shift buffer," in *Proc. of ECTI, Bangkok, Thailand*, May. 9-11, 2007.

[4] I. Chaisayun, "squaring circuit, quare-rooting circuit and vector summation circuit using the flipped voltage follower," *วิศวกรรมเอเชียอาคเนย์*, ปีที่ 5(1), มิถุนายน-พฤศจิกายน 2552.

[5] V. Riewruja, "A simple square rooting circuit using OTA," *Electronic Letters*, Vol. 44, Issue 17, pp:1000-1002,2008.

[6] วิชาวลย์ นาคทรัพย์ วิวัฒน์ กิรานนท์ วิชา แสงพิสิทธิ์ และ สิทธิพร เพชรกิจ, " วงจรรากที่สองและวงจรยกกำลังสองโดยใช้ โอทีเอ," *วารสารวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยสยาม*,ปีที่ 9(2), 15 กรกฎาคม –ธันวาคม 2550.

[7] V. Riewruja and T. Kamsri, " Square-rooting and absolute function circuits using operational amplifiers," *IET circuits, Devices & systems*, Vol. 3, pp:55-63,2009.

[8] K.C. Selvam, " Double dual slope square rooter," *IET The journal of Engineering*, pp32-32, 2014.

[9] I. chaisayun, "A simple and low cost square-rooting circuit employing commercial devices", *The 5th International Electrical Engineering Congress (IEECON2017)*, pp.759-762, Thailand, March 8-10, 2017

[10] อธิพิณส์ ชัยสาขันธ์, "วงจรรากที่สองอย่างง่ายโดยใช้โอปแอมป์ 1 ตัว" หน้า101-105, *การประชุมวิชาการสหวิทยาการเอเชียอาคเนย์ ครั้งที่ 9 มหาวิทยาลัยเอเชียอาคเนย์*, 24-25, มิถุนายน 2565.

[11] SPICE Models for the 4007 CMOS chip, URL: https://people.rit.edu/lfjee/CD4007_SPICE_MODEL.pdf