การปรับปรุงแบบจำลองยีออยด์ท้องถิ่นในประเทศไทยโดยการใช้แบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือและความโน้มถ่วงพิภพภาคพื้นดิน

ศตวรรษ มุกดาหาร[1*]
มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ต.สุเทพ อ.เมือง เชียงใหม่ 50200
กรมที่ดิน ทุ่งสองห้อง หลักสี่ กรุงเทพมหานคร 10210
และ พุทธิพล ดำรงชัย[2]
มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ต.สุเทพ อ.เมือง เชียงใหม่ 50200

** Corresponding Author: sattawat_m@cmu.ac.th*
[1] นักศึกษาระดับปริญญาโท สาขาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ และ วิศวกรรังวัดปฏิบัติการ กองเทคโนโลยีทำแผนที่
[2] ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์

ข้อมูลบทความ

ประวัติบทความ :
รับเพื่อพิจารณา : 5 พฤษภาคม 2563
แก้ไข : 2 กันยายน 2563
ตอบรับ : 22 กันยายน 2563

คำสำคัญ :
แบบจำลองยีออยด์ /
แบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือ /
GNSS

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อปรับปรุงแบบจำลองยีออยด์ท้องถิ่น โดยการใช้แบบจำลองยีออยด์สากล EGM2008 ร่วมกับแบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือ (RTM) และข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพภาคพื้นดินในบริเวณประเทศไทยเพื่อแปลงความสูงเหนือทรงรีที่ได้จากเครื่องรับสัญญาณ GNSS เป็นความสูงออร์โทเมตริก การคำนวณหาแบบจำลองยีออยด์ ซึ่งอยู่บนพื้นฐานของทฤษฎีของโมโลเดนสกี้ ครอบคลุมพื้นที่ที่มีลักษณะภูมิประเทศราบ ลักษณะภูมิประเทศที่มีความสูงต่ำปานกลาง และพื้นที่ที่มีลักษณะภูเขาสูง ทั้งนี้ ใช้ข้อมูลค่าความสูงเหนือทรงรีอ้างอิงที่มีที่ตั้งร่วมกับความสูงออร์โทเมตริกที่อ้างอิงกับพื้นหลักฐานทางดิ่งที่เกาะหลัก (Kolak-1915) จาก 352 สถานี ในการตรวจสอบแบบจำลองยีออยด์ ผลการทดสอบแสดงให้เห็นว่าการใช้ข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพภาคพื้นดินร่วมกับแบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือในการคำนวณช่วยปรับปรุงความถูกต้องของแบบจำลองยีออยด์อย่างมีนัยสำคัญ โดยค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานลดลงมาอยู่ในระดับเซนติเมตร สะท้อนถึงการลดลงของความคลาดเคลื่อนแบบออมมิสชั่นที่แฝงรวมอยู่ในการสร้างแบบจำลองยีออยด์ ซึ่งเกิดขึ้นเนื่องจากขาดการรังวัดข้อมูลความโน้มถ่วงและปริมาณอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องในพื้นที่

Improvement of Local Geoid Model in Thailand Using Residual Terrain Model and Terrestrial Gravities

Sattawat Mukdaharn[1*]
Chiang Mai University, Suthep, Mueang Chiang Mai, Chiang Mai 50200
Department of Lands, Thung Song Hong, Lak Si, Bangkok 10210
and Puttipol Dumrongchai[2]
Chiang Mai University, Suthep, Mueang Chiang Mai, Chiang Mai 50200

* *Corresponding Author: sattawat_m@cmu.ac.th*
[1] *Master Student, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering and Practitioner Level Survey Engineering, Mapping Technology Division.*
[2] *Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering.*

Article Info

Article History:
Received: May 5, 2020
Revised: September 2, 2020
Accepted: September 22, 2020

Keywords:
Geoid /
Residual Terrain Model (RTM) /
GNSS / Omission Errors

Abstract

This research aimed to improve a local geoid model using EGM2008 along with the residual terrain model (RTM) and terrestrial gravities in Thailand for converting GNSS-derived ellipsoid heights into orthometric heights. The determination of the geoid models, based on Molodensky's theory, covered flatted terrain, moderate terrain and mountainous areas across the country. The geoid models were evaluated using 352 GNSS heights co-located with orthometric heights, with reference to the Kolak national vertical datum of 1915. The results showed that using the combination of terrestrial gravity data and RTM in the computation significantly improved the accuracy of the geoid models. The standard deviation values decreased to the centimeter levels, indicating the reduction of the omission errors contaminated in geoid modeling, which were due to the lack of gravimetric and coherent quantities in the areas.

1. บทนำ

ปัจจุบันเครื่องรับสัญญาณดาวเทียมระบบดาวเทียมกำหนดตำแหน่งบนพื้นโลก (Global Navigation Satellite System หรือ GNSS) มีราคาที่ไม่สูงมากนัก จึงนิยมนำมาใช้ในงานด้านวิศวกรรมสำรวจและทำแผนที่เพื่อนำมาใช้งานทดแทนกล้องสำรวจในการกำหนดพิกัดตำแหน่ง ซึ่งสามารถลดปัญหาและอุปสรรคในการทำงานในพื้นที่ที่มีขนาดใหญ่ โดยที่ระบบพิกัดที่ได้จากเครื่องรับสัญญาณดาวเทียม GNSS นั้นจะถูกอ้างอิงกับทรงรีอ้างอิงสากลที่เรียกว่า ทรงรีอ้างอิง WGS84 (World Geodetic System 1984) โดยที่ทรงรีนั้นมีรูปทรงเรขาคณิตทำให้มีการคำนวณหาค่าพิกัดได้อย่างมีกฎเกณฑ์ที่แน่นอน แต่ความสูงที่ได้นั้นเป็นความสูงเหนือทรงรีอ้างอิง ดังแสดงในรูปที่ 1 ไม่ใช่ความสูงที่แสดงถึงลักษณะทางกายภาพของโลกที่เรียกว่าค่าระดับหรือความสูงออร์โทเมตริก (orthometric height หรือ H, เมตร) ซึ่งการที่จะได้ความสูงออร์โทเมตริกจำเป็นจะต้องมีความสูงยีออยด์ (geoid height หรือ N, เมตร) ที่ได้จากแบบจำลองยีออยด์ ร่วมกับการใช้เครื่องรับสัญญาณดาวเทียม GNSS เพื่อใช้หาค่าความสูงออร์โทเมตริกหรือค่าระดับแทนการเดินระดับแบบทั่วไป โดยที่ผ่านมาประเทศไทยได้มีการใช้แบบจำลองยีออยด์สากล EGM2008 [1] และ THAI12H [2] ซึ่งแบบจำลองทั้งสองนี้ให้ความถูกต้องโดยเฉลี่ยในระดับ 20 - 30 เซนติเมตร

ดังนั้นงานวิจัยนี้จะคำนวณแบบจำลองยีออยด์ท้องถิ่นของประเทศไทยที่มีความละเอียดเชิงพื้นที่ 30 พิลิปดา โดยใช้ข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพภาคพื้นดินผนวกกับแบบจำลองยีออยด์สากล EGM2008 และแบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือ เพิ่มเติมในส่วนที่มีข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพภาคพื้นดินเบาบางหรือไม่มีการรังวัดข้อมูล โดยทดสอบความสูงยีออยด์ที่ได้จากแบบจำลองยีออยด์ 3 กรณี คือ (1) แบบจำลองยีออยด์สากล EGM2008 (2) แบบจำลอง EGM2008 ร่วมกับแบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือ และ (3) แบบจำลองยีออยด์ที่ใช้ความโน้มถ่วงพิภพภาคพื้นดิน ร่วมกับแบบจำลอง EGM2008 และแบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือ แล้วทำการเปรียบเทียบกับหมุดร่วมความสูงเหนือทรงรีและค่าระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลัก ของกรมแผนที่ทหาร เพื่อประเมินความถูกต้องและความเหมาะสมกับพื้นที่นั้น

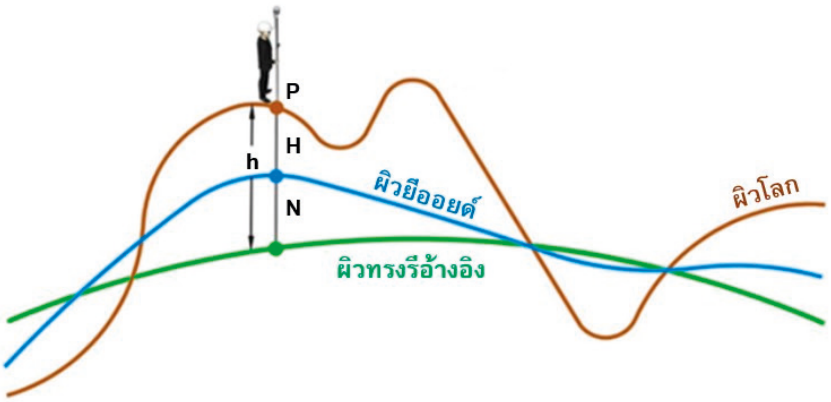
2. ทฤษฎีที่ใช้ในการวิจัย

2.1 ทฤษฎีการคำนวณหายีออยด์

ออยด์คือผิวศักย์ภาพความถ่วง (equipotential surface) หรือผิวระดับอ้างอิงความสูง (level surface) ที่ใช้ในการกำหนดค่าระดับของภูมิประเทศหรือค่าความสูงออร์โทเมตริก ซึ่งสามารถหาได้โดยอาศัยความสัมพันธ์ร่วมระหว่างผิวโลกจริงกับผิวยีออยด์ (geoid) และผิวทรงรีอ้างอิงที่ตำแหน่ง P ใดๆ บนผิวโลก โดยที่ความสัมพันธ์นั้นจะแสดงดังรูปที่ 1 และจะเขียนออกมาได้เป็นสมการ (1) ดังนี้

$$h = H + N \quad \textbf{(1)}$$

โดยที่ h คือ ความสูงเหนือทรงรีอ้างอิง (เมตร), H คือ ความสูงออร์โทเมตริก (เมตร) และ N คือ ความสูงยีออยด์ (เมตร) ซึ่งหลักการที่จำเป็นในการหาผิวยีออยด์นั้นอยู่บนพื้นฐานของทฤษฎีของสโตกส์ (Stokes' theory) ที่ได้สมมติว่าไม่มีมวลสารใดนอกผิวยีออยด์เลย [3] และจำเป็นที่จะต้องรู้ค่าความโน้มถ่วงพิภพที่วัดได้บนผิวยีออยด์ โดยในทางปฏิบัติการวัดค่าความโน้มถ่วงพิภพนั้นไม่สามารถวัดได้บนผิวยีออยด์ แต่สามารถวัดค่าความโน้มถ่วงได้บนพื้นผิวโลก



รูปที่ 1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความสูงออร์โทเมตริก ความสูงเหนือทรงรี และความสูงยีออยด์

ทฤษฎีของโมโลเดนสกี้ (Molodensky's theory) [3-4] ได้เสนอแนวทางในวัดความโน้มถ่วงพิภพบนผิวโลกโดยไม่ต้องตั้งสมมติฐานเหมือนทฤษฎีของสโตกส์ เพื่อใช้หาผิวอ้างอิงที่มีค่าใกล้เคียงหรือเทียบเท่าผิวยีออยด์ นั่นคือ ผิวเทลลูรอยด์ (telluroid) หรือ ผิวควอสิยีออยด์ (quasi-geoid) ที่ตำแหน่ง P ใดๆ บนผิวโลกดังรูปที่ 2 ความสัมพันธ์ระหว่างผิวโลกและผิวควอสิยีออยด์ถูกกำหนดดังสมการที่ (2)

$$h = H^* + \zeta \qquad (2)$$

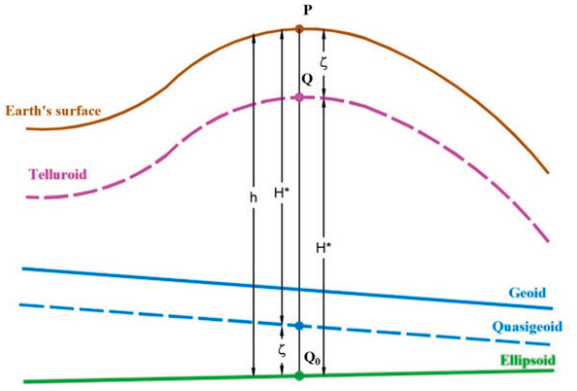
โดยที่ H^* คือ ความสูงปกติ (normal height, เมตร) และ ζ คือ ความสูงอะนอมอลลี่ (anomaly height, เมตร) จะสังเกตุว่าความสูงอะนอมอลี่ที่อ้างอิงจากผิวทรงรีอ้างอิงไปยังผิวควอสิยีออยด์นั้น จะคล้ายกับความสูงยีออยด์ที่อ้างอิงจากผิวทรงรีอ้างอิง อย่างไรก็ตามผิวเทลลูรอยด์และควอสิยีออยด์นั้นไม่ใช่ผิวศักย์ภาพความถ่วงหรือผิวระดับ ดังนั้นจึงต้องแปลงความสูงอะนอมอลลี่ให้เป็นความสูงยีออยด์ดังสมการที่ (3) และ (4)

$$N \approx \zeta + \frac{\Delta g_B}{\gamma_0} H \qquad (3)$$

โดยที่

$$\zeta = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_\sigma \Delta g \cdot s(\psi) d\sigma \qquad (4)$$

ซึ่ง Δg_B คือบูเกร์อะนอมอลลี่ (Bouguer anomaly, เมตร/วินาที^{2}), γ_0 คือความโน้มถ่วงปกติบนผิวทรงรี (เมตร/วินาที^{2}), Δg คือค่าความโน้มถ่วงพิภพอะนอมอลลี่ (เมตร/วินาที^{2}), σ คือพื้นผิวของลูกโลกจริง R คือรัศมีเฉลี่ยของโลก (กิโลเมตร), H คือ ความสูงออร์โทเมตริก (เมตร) และและ $S(\psi)$ คือฟังก์ชันของสโตกส์ซึ่งแปรผันตาม ψ ซึ่งคือมุมกางระหว่างตำแหน่งที่ต้องการคำนวณหาค่าความสูงอะนอมอลลี่และทุกตำแหน่งบนผิวโลก



รูปที่ 2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความสูงปกติ ความสูงเหนือทรงรี และความสูงอะนอมอลลี่

2.2 แบบจำลองความสูงยีออยด์สากล Earth Gravitational Model 2008

แบบจำลองยีออยด์สากล EGM2008 (Earth Gravitational Model 2008) [1, 5] เป็นแบบจำลองผิวศักยภาพความโน้มถ่วงสากลชั้นสูง (high-degree global geopotential model (GGM)) ของค่าความโน้มถ่วงพิภพของโลกที่อยู่ในรูปของฮาร์โมนิกทรงกลมที่มีดีกรีและออร์เดอร์ 2,160 และในปัจจุบันได้มีการจัดการเพิ่มถึงดีกรีที่ 2,190 ซึ่งมีความสัมพันธ์สอดคล้องกับความละเอียดเชิงพื้นที่ 5 ลิปดาหรือประมาณ 9 กิโลเมตร โดยมีจุดประสงค์เพื่อใช้แบบจำลองผิวยีออยด์สากล EGM2008 นั้นมาคำนวณประเมินหาค่าความสูงอะนอมอลลี่ที่มีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกับรูปทรงรีอ้างอิง WGS84 โดยความสูงอะนอมอลลี่จากแบบจำลอง ยีออยด์สากล EGM2008 ดีกรีที่ 2,190 มีความละเอียดเชิงพื้นที่ประมาณ 5 ลิปดา (ประมาณ 9 กิโลเมตร) ทำให้ข้อมูลค่าความโน้มถ่วงที่มีขนาดความละเอียดเชิงพื้นที่น้อยกว่า 5 ลิปดา จะไม่สามารถแสดงได้ จึงทำให้มีคลาดเคลื่อนแบบออมมิสชั่น (omission errors) [5] หรือความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากไม่มีข้อมูลที่วัดในพื้นที่ ซึ่งมีความสำคัญอย่างยิ่งกับสภาพภูมิประเทศที่สูงและมีผิวขรุขระ อีกทั้งความสูงอะนอมอลลี่ที่ได้นั้นอาจจะได้รับผลกระทบทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนประมาณหลายเซนติเมตรจนถึงเดซิเมตร

2.3 แบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือ

แบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือ (Residual Terrain Model หรือเขียนย่อว่า RTM) เป็นวิธีการลดทอนภูมิประเทศที่นิยมใช้ในการคำนวณหาผิวยีออยด์โดย Forsberg [5,6] ซึ่งแบบจำลอง RTM นั้นสามารถนำไปใช้แสดงค่าความคลาดเคลื่อนที่ไม่ได้นำมาคิด ที่มีอยู่ในส่วนของแบบจำลองยีออยด์สากล EGM2008 โดยที่แบบจำลอง RTM นั้นสามารถสร้างได้จากแบบจำลองความสูงเชิงตัวเลข (Digital Elevation Model หรือเขียนย่อว่า DEM) โดยวิธีการนี้ได้กำหนดผิวอ้างอิงระดับเฉลี่ยที่มีความเรียบ มวลสารที่อยู่เหนือผิวอ้างอิงนี้จะถูกขจัดออก ในขณะที่มวลสารที่อยู่ใต้ผิวอ้างอิงจะถูกเติมเข้าไปดังแสดงในรูปที่ 3 ผลของกระทบนี้สามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\Delta g_{RTM} = k\rho \iint_E \int_{h_{ref}}^{h} \frac{h_p - z}{r^3} dz dx dy,$$

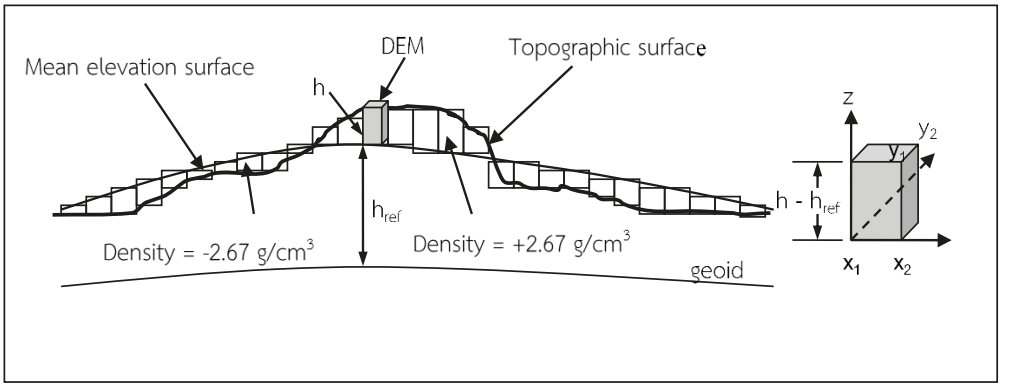
$$r = \sqrt{(x-x_P)^2+(y-y_P)^2+(z-h_P)^2} \quad (5)$$

โดยที่ E คือพื้นที่อินทิเกรท h_{ref} และ h แทนความสูงของผิวอ้างอิงที่กำหนด (เมตร) และความสูงของภูมิประเทศ (เมตร) ตามลำดับ สมการที่ (5) สามารถคำนวณได้ในรูปแบบของไฟไนท์อีเลเมนท์ (finite elements) โดยใช้ผลรวมของปริซึมจำนวน M ปริซึมแทนจะได้ว่า

$$\Delta g_{RTM} =$$

$$\sum_{i=1}^{M} (k\rho \| x \ln(y+r) + y \ln(x+r) \arctan \frac{xy}{zr} |_{x_1}^{x_2} |_{y_1}^{y_2} |_{h_{ref}}^{h})_i \quad (6)$$

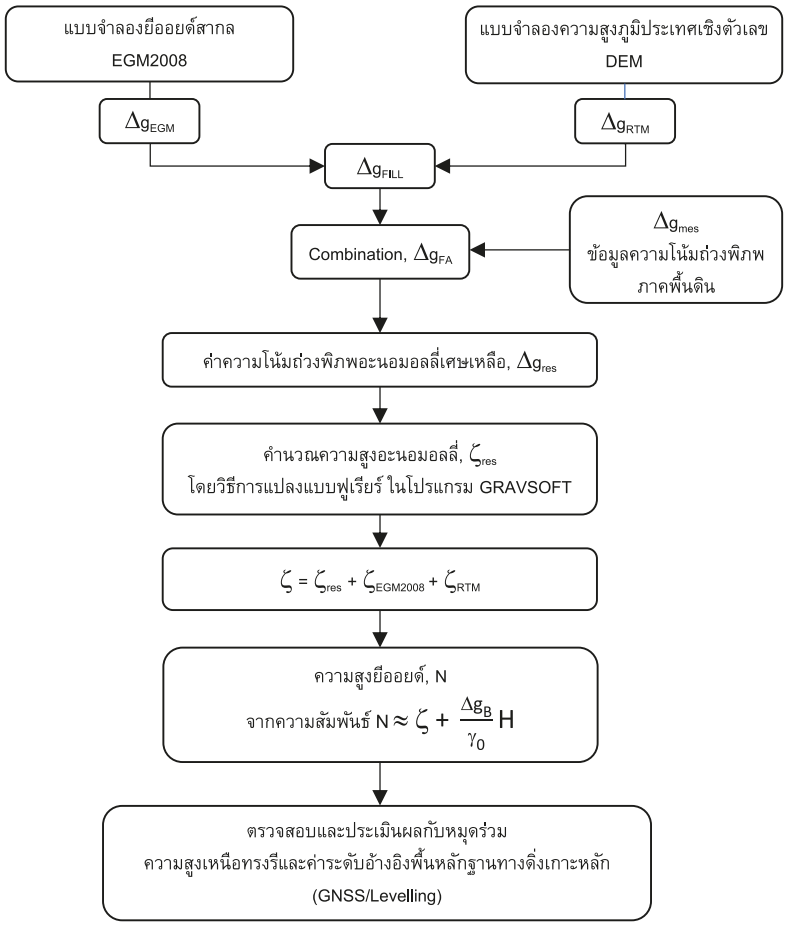
ความสูง h มาจากความสูงของ DEM ส่วน h_{ref} คือความสูงอ้างอิงที่กำหนดบนพื้นฐานที่ผิวระดับอ้างอิงเป็นผิวเรียบเกือบจะเป็นแนวราบ



รูปที่ 3 แบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือ (Residual Terrain Model) [7]

3. วิธีการวิจัย

ในการวิจัยได้มีการนำข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพภาคพื้นดินมาคำนวณแบบจำลองยีออยด์ท้องถิ่นในประเทศไทย เพื่อที่จะได้ความสูงยีออยด์โดยการเติมข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพภาคพื้นดินที่วัดได้เข้าไปที่ EGM2008 ผนวกเข้ากับแบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือ (RTM) โดยการใช้โปรแกรม GRAVSOFT [8] ซึ่งเป็นโปรแกรมมาตรฐานที่ได้รับการยอมรับในระดับนานาชาติสำหรับการคำนวณแบบจำลองยีออยด์ หลังจากนั้นจึงทำการเปรียบเทียบความสูงยีออยด์ที่ได้จากแบบจำลองยีออยด์ท้องถิ่นกับความสูงยีออยด์ที่ได้จากหมุดร่วมความสูงเหนือทรงรีและค่าระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลักของกรมแผนที่ทหาร เพื่อประเมินความถูกต้องตามในแต่ละพื้นที่ตามลักษณะภูมิประเทศ รูปที่ 4 แสดงขั้นตอนในการดำเนินงานวิจัย โดยรายละเอียดมีดังต่อไปนี้



รูปที่ 4 แผนผังประกอบแสดงวิธีวิจัย

3.1 การหาความโน้มถ่วงพิภพอะนอมอลลี่เศษเหลือ, Δg_{res}

การหาค่าความโน้มถ่วงพิภพอะนอมอลลี่เศษเหลือ, Δg_{res} (เมตร/วินาที^{2}) เริ่มต้นจากสมการฟรีแอร์อะนอลมอลลี่, Δg_{FA} (เมตร/วินาที^{2}) [6,8] กำหนดให้

$$\Delta g_{FA} = \Delta g_{EGM} + \Delta g_{RTM} + \Delta g_{res} \quad (7)$$

ซึ่งได้มาจากการลดทอนข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพภาคพื้นดินที่ได้รับความอนุเคราะห์จากกรมแผนที่ทหารที่มีอยู่ทั่วประเทศไทย [9] Δg_{EGM} (เมตร/วินาที^{2}) คือความโน้มถ่วงพิภพบริเวณของ

แบบจำลองยีออยด์สากลที่มีโครงสร้างความยาวคลื่นของความโน้มถ่วงพิภพช่วงยาวและปานกลางมากกว่า 20 กิโลเมตร [1] โดยที่ความโน้มถ่วงพิภพเหล่านี้มีพื้นฐานมาจากการรังวัดข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพด้วยดาวเทียม โดยการนำข้อมูลของแบบจำลองยีออยด์สากล EGM2008 คำนวณโดยใช้โปรแกรม GEOCOL ที่เป็นส่วนหนึ่งของโปรแกรม GRAVSOFT และทำการผนวกข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพอะนอมอลลี่ที่มีความยาวคลื่นของโครงสร้างข้อมูลที่สั้นกว่าด้วยแบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือ Δg_{RTM} (เมตร/วินาที^{2}) ที่คำนวณจากข้อมูลของแบบจำลองความสูงภูมิประเทศเชิงตัวเลขหรือ DEM โดยได้รับความอนุเคราะห์ข้อมูลจากกรมแผนที่ทหาร กองบัญชาการกองทัพไทย โดยใช้โปรแกรม TC ที่เป็นส่วนหนึ่งของโปรแกรม GRAVSOFT จากนั้นคำนวณหาค่าความโน้มถ่วงพิภพอะนอมอลลี่เศษเหลือ, Δg_{res} จากการใช้กระบวนการเคลื่อนย้ายออกและเคลื่อนกลับคืน (remove-restore technique) [3-4] ตามสมการที่ (8)

$$\Delta_{gres} = \Delta g_{FA} + \Delta g_{EGM} + \Delta g_{RTM} \quad (8)$$

3.2 การคำนวณหาความสูงยีออยด์

ความโน้มถ่วงพิภพอะนอมอลลี่เศษเหลือ, Δg_{res} ที่ได้นั้นจะถูกนำมาคำนวณเป็นความสูงอะนอมอลลี่เศษเหลือ, ζ_{res} (เมตร) โดยใช้สมการที่ (3) บนพื้นฐานของการใช้เทคนิคสเปกตรัมคำนวณโดยวิธีการแปลงแบบฟูเรียร์ [10,11] โดยใช้โปรแกรม GRAVSOFT และนำมารวมกับความสูงอะนอมอลลี่อ้างอิง, ζ_{EGM} (เมตร) ที่มีคำนวณจาก EGM2008 และ ζ_{RTM} (เมตร) ที่ได้จากแบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือ ความสูงอะนอมอลลี่ที่จุด P ใดๆ บนพื้นโลก ζ_P (เมตร) มีความสัมพันธ์ดังสมการที่ (9)

$$\zeta_P = \zeta_{res} + \zeta_{EGM} + \zeta_{RTM} \quad (9)$$

หลังจากนั้นดำเนินการหาความสูงยีออยด์ที่ได้จากความสัมพันธ์ตามสมการที่ (3) โดยที่ใช้ความสูง H ด้วยความสูงที่ได้จากข้อมูล DEM แล้วจึงทำการเปรียบเทียบกับหมุดร่วมความสูงเหนือทรงรีและค่าระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลักของกรมแผนที่ทหาร เพื่อวิเคราะห์ผลต่อไป

ในการวิจัยนี้ต้องการทราบผลกระทบต่อความถูกต้องของแบบจำลองยีออยด์ที่คำนวณได้ จากการเพิ่มเติมข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพที่คำนวณได้จาก DEM และข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพภาคพื้นดินเข้าไปในพื้นที่ที่คำนวณหาแบบจำลองยีออยด์ ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้กำหนดการคำนวณหาแบบจำลองความสูงยีออยด์เป็น 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1: ความสูงยีออยด์ในสมการที่ (3) ที่ได้มาจากแบบจำลอง EGM2008 คำนวณจาก

$$\Delta g = \Delta g_{EGM} \quad (10)$$

กรณีที่ 2: ความสูงยีออยด์ในสมการที่ (3) ที่ได้มาจากแบบจำลอง EGM2008 ร่วมกับแบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือ คำนวณจาก

$$\Delta g_{fill} = \Delta g_{EGM} + \Delta g_{RTM} \quad (11)$$

กรณีที่ 3: ความสูงยีออยด์ในสมการที่ (3) ที่ได้มาจากแบบจำลอง EGM2008 ร่วมกับแบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือและความโน้มถ่วงพิภพภาคพื้นดิน คำนวณจาก

$$\Delta g_{FA} = \Delta g_{res} + \Delta g_{fill} \quad (12)$$

ในการศึกษานี้จะกำหนดให้การคำนวนเทอมที่สองฝั่งขวาของสมการที่ (3) ทั้งสามกรณีที่ได้กล่าวมานั้น ใช้ข้อมูล Δg_B และ H ชุดเดียวกัน เพื่อไม่ให้เป็นปัจจัยเพิ่มเติมที่จะมีผลกระทบต่อการเปรียบเทียบความสูงยีออยด์จากแบบจำลองกับความสูงยีออยด์ที่ได้จากหมุดร่วม

3.3 การวิเคราะห์หาผลของการเปรียบเทียบความสูงยีออยด์กับหมุดร่วม

หลังจากดำเนินการคำนวณความสูงยีออยด์จากแบบจำลองยีออยด์แล้ว จึงดำเนินการเปรียบเทียบกับความสูงยีออยด์คำนวณได้จากหมุดร่วมซึ่งเป็นหมุดที่มีทั้งพิกัดทางราบและทางดิ่งอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลักและความสูงเหนือทรงรีอ้างพื้นหลักฐานทางราบแห่งชาติของกรมแผนที่ทหาร โดยหมุดร่วมที่จะนำมาทำการเปรียบเทียบมีทั้งหมด 352 หมุด โดยการ

หาความแตกต่างของความสูงยีออยด์ที่ได้จากค่ายีออยด์ที่หมุดร่วมและการคำนวณจากแบบจำลองยีออยด์ ซึ่งดำเนินการเปรียบเทียบโดยใช้สมการที่ (13)

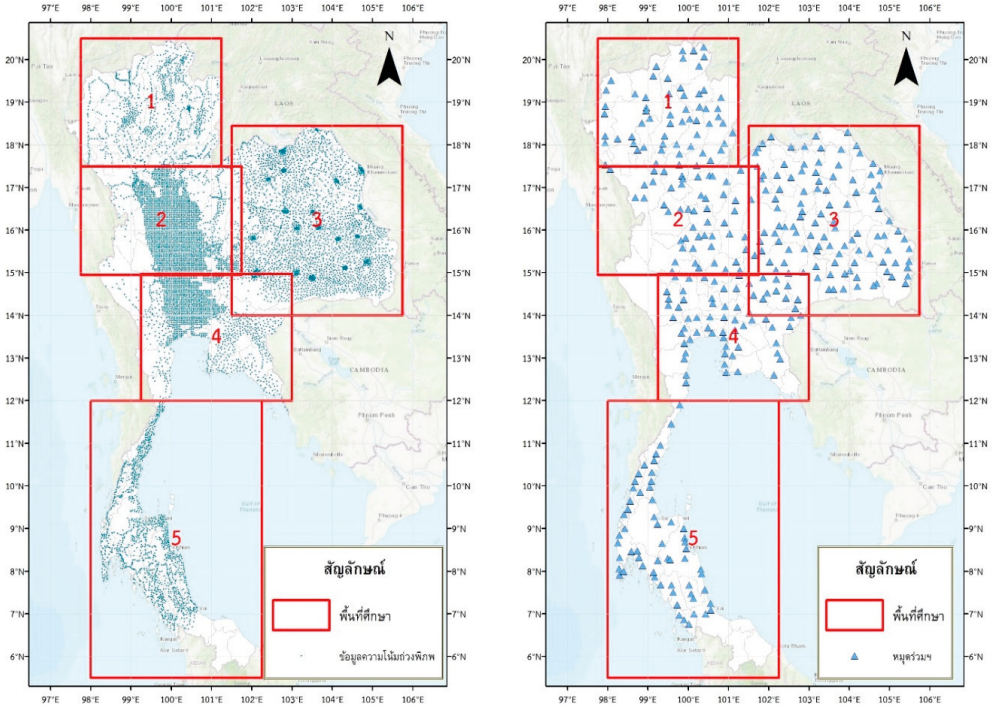
$$e = (h_{GNSS} - H_{Kolak}) - N_m \quad \textbf{(13)}$$

โดยที่ e คือ ความแตกต่างความสูงยีออยด์ (เมตร), h_{GNSS} คือ ความสูงเหนือทรงรี WGS84 (เมตร) ที่ได้จากการรังวัดด้วยดาวเทียม GNSS, H_{Kolak} คือ ความสูงออร์โทเมตริกที่อ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลัก (เมตร) และ N_m คือ ความสูงยีออยด์ที่ได้จากแบบจำลองยีออยด์ (เมตร)

4. ผลการวิจัย

ในการเปรียบเทียบความสูงยีออยด์ที่ได้จากแบบจำลองยีออยด์ความละเอียดเชิงพื้นที่ 30 พิลิปดา กับหมุดร่วมความสูงเหนือทรงรีและค่าระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลัก จำนวน 352 หมุด ในพื้นที่ที่ทำการศึกษา โดยเลือกพื้นที่ที่มีลักษณะภูมิประเทศราบ ลักษณะภูมิประเทศที่มีความสูงต่ำปานกลาง และพื้นที่ที่มีลักษณะภูเขาสูงในบริเวณประเทศไทย ซึ่งได้แบ่งพื้นที่ออกเป็น 5 พื้นที่ ดังตารางที่ 1 และรูปที่ 5 โดยที่พื้นที่ที่ (1) บริเวณภาคเหนือ ลักษณะพื้นที่ส่วนใหญ่เป็นภูเขามีความแตกต่างของระดับความสูงมาก พื้นที่ที่ (2) บริเวณภาคเหนือตอนล่างและภาคกลางตอนบน ลักษณะพื้นที่เป็นที่ราบสลับกับภูเขาในช่วงบนของพื้นที่ และเป็นพื้นที่ราบในช่วงตอนล่างของพื้นที่ พื้นที่ที่ (3) บริเวณภาคตะวันออกเฉียงเหนือ ลักษณะพื้นที่ราบสูงมีภูเขาในบริเวณที่เป็นเขตแดน มีความแตกต่างของระดับความสูงปานกลาง พื้นที่ที่ (4) บริเวณภาคกลางตอนล่าง ภาคตะวันตก และภาคตะวันออก ลักษณะพื้นที่ราบและใกล้ปากแม่น้ำในช่วงของภาคกลางตอนล่าง ส่วนภาคตะวันตกและตะวันออกมีพื้นที่เป็นภูเขาบางส่วน และพื้นที่ที่ (5) บริเวณภาคใต้ ลักษณะพื้นที่ราบสลับภูเขา ทั้งสองฝั่งติดทะเล มีความแตกต่างของระดับความสูงปานกลาง

จากนั้นนำมาวิเคราะห์ผลทางสถิติโดยการใช้ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเพื่อประเมินความถูกต้องซึ่งได้ผลทางสถิติในตารางที่ 2



รูปที่ 5 (ก) แผนที่แสดงพื้นที่ที่ศึกษาในบริเวณประเทศไทย และข้อมูลการรังวัดหมุดความโน้มถ่วงพิภพภาคพื้นดิน และ (ข) แสดงพื้นที่ที่ศึกษาในบริเวณประเทศไทย และหมุดร่วม ตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองยีออยด์

ตารางที่ 1 ค่าทางสถิติทางความสูงของพื้นที่ศึกษาที่ได้จากแบบจำลองประเทศเชิงเลข (หน่วยเป็นเมตร)

พื้นที่ศึกษา	ขอบเขต	min	max	mean	std
1	17.50ºN< ϕ <20.50ºN and 97.75ºE < λ <101.25ºE	29.67	2519.89	656.85	329.19
2	14.95ºN< ϕ <17.50ºN and 97.75ºE < λ <101.75ºE	0.00	2008.17	308.80	324.61
3	14.00ºN< ϕ <18.45ºN and 101.50ºE < λ <105.75ºE	3.83	2234.44	236.83	183.44
4	12.00ºN< ϕ <15.00ºN and 99.25ºE < λ <103.00ºE	0.00	1565.11	120.34	184.44
5	5.50ºN< ϕ <12.00ºN and 98.00ºE < λ <102.25ºE	-0.67	1695.89	46.17	129.55

ตารางที่ 2 ค่าทางสถิติแสดงการเปรียบเทียบความแตกต่างของแบบจำลองยีออยด์ทั้ง 3 กรณี กับความสูงยีออยด์ที่ได้จากหมุดร่วม ในพื้นที่ศึกษา 5 พื้นที่ (หน่วยเป็นเมตร) ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

แบบจำลอง	Min	Max	Mean	STD
พื้นที่ศึกษาที่ 1 มีหมุดร่วมที่ใช้เปรียบเทียบจำนวน 60 หมุด				
กรณีที่ 1	0.650	1.118	0.904	0.114
กรณีที่ 2	0.697	1.158	0.934	0.114
กรณีที่ 3	0.716	1.155	0.901	0.091
พื้นที่ศึกษาที่ 2 มีหมุดร่วมที่ใช้เปรียบเทียบจำนวน 51 หมุด				
กรณีที่ 1	0.698	1.119	0.860	0.100
กรณีที่ 2	0.705	1.120	0.869	0.098
กรณีที่ 3	0.757	1.013	0.872	0.061
พื้นที่ศึกษาที่ 3 มีหมุดร่วมที่ใช้เปรียบเทียบจำนวน 115 หมุด				
กรณีที่ 1	0.604	1.125	0.876	0.111
กรณีที่ 2	0.607	1.126	0.881	0.111
กรณีที่ 3	0.747	0.998	0.877	0.063

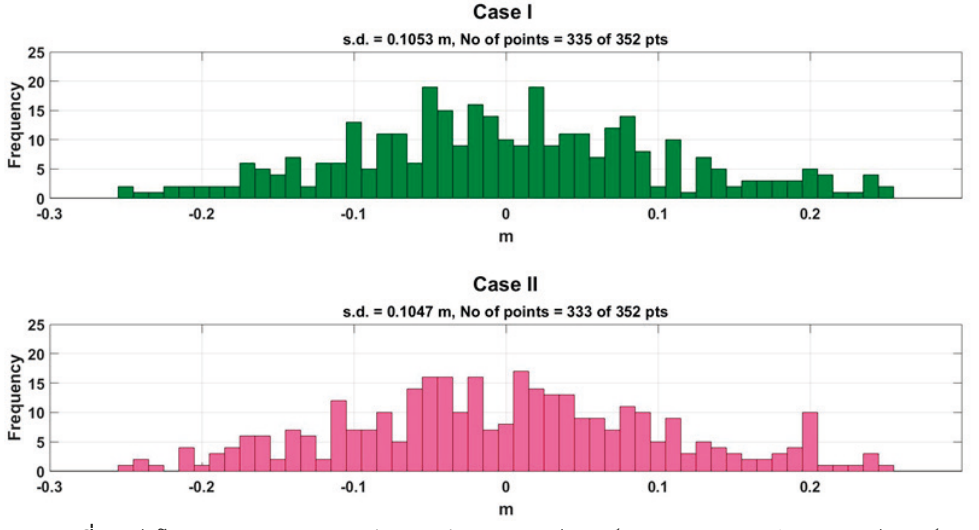
แบบจำลอง	Min	Max	Mean	STD
พื้นที่ศึกษาที่ 4 มีหมุดร่วมที่ใช้เปรียบเทียบจำนวน 67 หมุด				
กรณีที่ 1	0.722	0.987	0.866	0.060
กรณีที่ 2	0.728	1.017	0.874	0.063
กรณีที่ 3	0.722	0.992	0.865	0.060
พื้นที่ศึกษาที่ 5 มีหมุดร่วมที่ใช้เปรียบเทียบจำนวน 59 หมุด				
กรณีที่ 1	0.587	1.078	0.838	0.126
กรณีที่ 2	0.619	1.081	0.849	0.122
กรณีที่ 3	0.750	1.023	0.891	0.071
พื้นที่ศึกษาที่ 1 - 5 มีหมุดร่วมที่ใช้เปรียบเทียบจำนวน 352 หมุด				
กรณีที่ 1	0.624	1.125	0.874	0.105
กรณีที่ 2	0.630	1.139	0.882	0.105
กรณีที่ 3	0.715	1.062	0.880	0.069

ตารางที่ 2 แสดงผลทางสถิติในการทดสอบความต่างของความสูงยีออยด์ที่ได้จากแบบจำลองยีออยด์ที่มีความละเอียด 30 พิลิปดา ทั้ง 3 กรณีกับความสูงยีออยด์ที่หมุดร่วมความสูงเหนือทรงรีและค่าระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะในพื้นที่ศึกษา 5 พื้นที่ ในงานวิจัยนี้พิจารณาค่าต่างทางสถิติที่ความเชื่อมั่น 95% ในการขจัดผลลัพธ์ความต่างที่มีขนาดใหญ่ออกไป ค่าต่างขนาดใหญ่ที่ขจัดออกไปนี้สาเหตุน่าจะมาจากความคลาดเคลื่อนขนาดใหญ่ของข้อมูลที่ใช้ในการคำนวณซึ่งจะต้องมีการศึกษาอย่างลึกซึ้งต่อไปในภายภาคหน้าจึงจะไม่ขอกล่าวในงานวิจัยนี้ จะสังเกตว่าแบบจำลองยีออยด์ในกรณีที่ 1 จะมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเฉลี่ยที่ประมาณ 10 เซนติเมตร

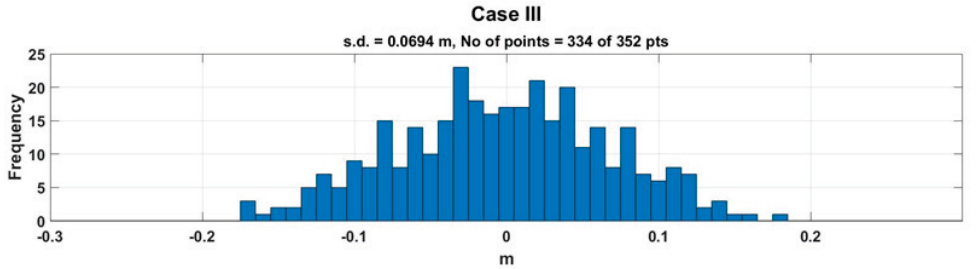
แบบจำลองยีออยด์ในกรณีที่ 2 ได้นำแบบจำลองภูมิประเทศ

เศษเหลือมาเพื่อปรับปรุงความถูกต้องของแบบจำลองยีออยด์ จะสังเกตว่าค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานนั้นไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ เมื่อเทียบกับแบบจำลองยีออยด์ในกรณีที่ 1 ยกตัวอย่างในพื้นที่ศึกษาที่ 1 นั้นส่วนมากมีลักษณะภูมิประเทศเป็นภูเขาสูงที่มีความแตกต่างของระดับความสูงมาก และมีการเปลี่ยนแปลงความสูงอย่างต่อเนื่อง ซึ่งไม่สามารถแสดงด้วยแบบจำลองยีออยด์ EGM2008 ที่มีโครงสร้างความยาวคลื่นของยีออยด์ประมาณ 18 กิโลเมตร หรือความละเอียดเชิงพื้นที่ 5 ลิปดา และการประมาณค่าของแบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือจากแบบจำลองความสูงเชิงเลขที่มีความละเอียดเชิงพื้นที่สูง ทำให้มีความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นซึ่งน่าจะมาจากความคลาดเคลื่อนของแบบจำลอง EGM2008 และ DEM นอกจากนั้นแล้วผลของการคำนวณแบบจำลองยีออยด์ในกรณีนี้แสดงให้เห็นว่าการใช้แบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือที่ความละเอียดเชิงพื้นที่ 30 พิลิปดาซึ่งสะท้อนถึงโครงสร้างความยาวคลื่นของยีออยด์ประมาณ 1.8 กิโลเมตร ไม่สามารถปรับปรุงแบบจำลองยีออยด์ EGM2008 ที่มีโครงสร้างความยาวคลื่นของยีออยด์ประมาณ 18 กิโลเมตร ซึ่งเป็นผลเนื่องจากค่าคลาดเคลื่อนแบบออมมิสชั่นยังคงแฝงอยู่ในการคำนวณแบบจำลองยีออยด์ ซึ่งมีสาเหตุมาจากการที่ขาดข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพที่มีโครงสร้างความยาวคลื่นสั้นหรือเทียบเท่ากับการขาดข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพที่วัดกระจายอยู่ทั่วพื้นที่ในช่วง 1 – 18 กิโลเมตรโดยประมาณอย่างไรก็ตามเมื่อมีการนำข้อมูลความโน้มถ่วงพิภาคพื้นดินมาใช้ในการคำนวณแบบจำลองยีออยด์ร่วมกับ RTM ดังในกรณีที่ 3 นั้นจะเห็นได้ว่าค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานลดลงมาในระดับเซนติเมตรในทุกพื้นที่ศึกษา ซึ่งสะท้อนถึงความถูกต้องของแบบจำลองนี้มีความถูกต้องดีกว่าแบบจำลองในกรณีที่ 1 และ 2 และแสดงให้เห็นว่าการนำข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพภาคพื้นดินมาคำนวณแบบจำลองยีออยด์ ร่วมกับการใช้แบบจำลองยีออยด์สากล EGM2008 และแบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือ (RTM) มีการปรับปรุงแบบจำลองดีขึ้น สะท้อนถึงการลดขนาดความคลาดเคลื่อนแบบออมมิสชั่นเนื่องจากการขาดข้อมูลในพื้นที่ที่ต้องการคำนวณหาแบบจำลองยีออยด์

รูปที่ 6 แสดงฮีสโตแกรมของความแตกต่างระหว่างความสูงยีออยด์ที่ได้จากแบบจำลองทั้ง 3 กรณี กับความสูงยีออยด์จากหมุดร่วมทั่วประเทศไทย และจากตารางที่ 2 จะเห็นได้ว่าค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของความแตกต่างของค่าความสูงยีออยด์ที่คำนวณจากแบบจำลองยีออยด์ในกรณีที่ 3 มีค่าเท่ากับ 0.069 เมตร ซึ่งมีขนาดเล็กกว่าค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของความแตกต่างของค่าความสูงยีออยด์ที่คำนวณจากแบบจำลองยีออยด์ในกรณีที่ 1 และ 2 เท่ากับ 0.105 เมตร ซึ่งแสดงให้เห็นว่าการใช้ข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพภาคพื้นดินคำนวณแบบจำลองยีออยด์ร่วมกับแบบจำลองยีออยด์สากล EGM2008 และแบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือ (RTM) มีอัตราการปรับปรุงดีขึ้นถึงร้อยละ 34



รูปที่ 6 ฮีสโตแกรมของความแตกต่างระหว่างความสูงยีออยด์จากแบบจำลองกับความสูงยีออยด์จากหมุดร่วมที่ความเชื่อมั่น 95%



รูปที่ 6 ฮีสโตแกรมของความแตกต่างระหว่างความสูงยีออยด์จากแบบจำลองกับความสูงยีออยด์จากหมุดร่วมที่ความเชื่อมั่น 95% (ต่อ)

ผลของการคำนวณนี้ยังสะท้อนให้เห็นว่าการที่มีข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพภาคพื้นดินที่มีการกระจายตัวและหนาแน่นอย่างทั่วพื้นที่นั้น จะให้การปรับปรุงความถูกต้องของแบบจำลองยีออยด์ดีขึ้น มากกว่าในพื้นที่ที่มีการกระจายตัวไม่หนาแน่นเพียงพอ ยกตัวอย่างเช่นในพื้นที่ศึกษาที่ 3 ที่มีการปรับปรุงความถูกต้องดีขึ้นร้อยละ 43 เนื่องจากพื้นที่ทางภาคตะวันออกเฉียงเหนือเป็นพื้นที่ราบสูงนั้นทำให้มีการรังวัดข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพภาคพื้นดินนั้นทำได้ง่ายและครอบคลุมพื้นที่ เมื่อเปรียบเทียบกับพื้นที่ที่ 1 ที่มีการปรับปรุงความถูกต้องดีขึ้นเพียงร้อยละ 20 เนื่องจากพื้นที่ทางภาคเหนือซึ่งมีลักษณะภูมิประเทศเป็นภูเขาสูงทำให้การรังวัดข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพภาคพื้นดินนั้นมีอุปสรรคและมีข้อจำกัดในการรังวัด ทำให้มีข้อมูลไม่หนาแน่นเพียงพอ ในพื้นที่ที่ 4 ไม่มีการปรับปรุงที่ดีขึ้น ซึ่งผลของการคำนวณนี้ยังสะท้อนให้เห็นถึงผลของแบบจำลองยีออยด์ที่คำนวณนั้นอาจจะยังมีความคลาดเคลื่อนอยู่โดยมีสาเหตุมาจากความคลาดเคลื่อนสะสมที่อยู่ในส่วนของแบบจำลอง EGM2008 และ แบบจำลองความสูงเชิงเลข (DEM) ข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพที่วัดทางภาคพื้นดิน และความละเอียดเชิงพื้นที่ โดยที่อาจจะต้องมีการปรับแก้ทางสถิติเพื่อให้ได้ข้อมูลที่มีความเหมาะสมที่สุด ซึ่งจะต้องมีการศึกษาอย่างละเอียดต่อไปในภายภาคหน้าจะไม่ขอกล่าวในการศึกษาวิจัยนี้

5. สรุปผลและข้อเสนอแนะ

งานวิจัยนี้ได้ปรับปรุงความถูกต้องของแบบจำลองยีออยด์ท้องถิ่นในประเทศไทยที่มีความละเอียดเชิงพื้นที่ 30 พิลิปดา โดยการเติมข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพภาคพื้นดินที่วัดได้เข้าไปที่ EGM2008 ผนวกเข้ากับแบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือ (RTM) ซึ่งได้ทำการทดสอบความสูงยีออยด์ที่ได้จากแบบจำลองยีออยด์ 3 กรณี คือ (1) แบบจำลองยีออยด์สากล EGM2008 (2) แบบจำลอง EGM2008 ร่วมกับแบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือ และ (3) แบบจำลองยีออยด์ที่ใช้ความโน้มถ่วงพิภพภาคพื้นดิน ร่วมกับแบบจำลอง EGM2008 และแบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือ โดยแบ่งพื้นที่ในบริเวณประเทศไทย 5 พื้นที่ ซึ่งมีความแตกต่างของลักษณะภูมิประเทศ ความสูงที่ได้จากแบบจำลองยีออยด์ถูกนำมาเปรียบเทียบกับความสูงยีออยด์ที่ได้จากหมุดร่วมความสูงเหนือทรงรีและค่าระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลักของกรมแผนที่ทหารจำนวน 352 หมุด เพื่อการประเมินความถูกต้องของแบบจำลองยีออยด์ที่คำนวณได้ ผลการทดสอบแสดงให้เห็นถึงการเติมข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพภาคพื้นดินนั้นมีการปรับปรุงความถูกต้องของแบบจำลองยีออยด์ให้ดีขึ้นในระดับเซนติเมตร ซึ่งสะท้อนถึงการลดขนาดความคลาดเคลื่อนแบบออมมิสชั่นที่แฝงอยู่ในการคำนวณแบบจำลองยีออยด์ ที่มีสาเหตุมาจากการขาดข้อมูลที่มีโครงสร้างความยาวคลื่นสั้นหรือการขาดข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพที่กระจายในพื้นที่ที่คำนวณแบบจำลองยีออยด์ หากในอนาคตมีข้อมูลแบบจำลองความสูงเชิงเลขหรือ (DEM) ที่มีความละเอียดและความถูกต้องสูง และนำมาใช้ในการประมาณค่าของแบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือ ก็สามารถที่จะทำให้ได้แบบจำลองภูมิ-ประเทศเศษเหลือที่มีความถูกต้อง ซึ่งส่งผลทำให้การปรับปรุงแบบจำลองยีออยด์มีการพัฒนาที่ดีขึ้นได้ อย่างไรก็ตามความละเอียดเชิงพื้นที่หรือความหนาแน่นของข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพมีผลต่อการปรับปรุงแบบจำลองยีออยด์ ซึ่งในอนาคตหากมีการรังวัดข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพภาคพื้นดินที่มีความความถูกต้องและหนาแน่นที่เพิ่มมากขึ้น และในพื้นที่ที่ทำงาน

ได้ยากลำบากหรือมีอุปสรรคในการรังวัด เช่นบริเวณพื้นที่ที่มีลักษณะภูมิประเทศเป็นภูเขาสูง หากมีการรังวัดข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพทางอากาศเข้ามาร่วมในการคำนวณแบบจำลองยีออยด์ก็สามารถทำให้ข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพครอบคลุมบริเวณพื้นที่คำนวณแบบจำลองยีออยด์ และมีความหนาแน่นมากขึ้น ซึ่งจะส่งผลทำให้แบบจำลองยีออยด์นั้นมีความถูกต้องเพิ่มมากขึ้น และเมื่อนำไปใช้ร่วมกับเทคโนโลยี GNSS ที่ในปัจจุบันสามารถใช้งานในรูปแบบโครงข่ายสถานีรังวัดสัญญาณดาวเทียม GNSS ก็จะทำให้เป็นการหาค่าความสูงของภูมิประเทศแบบใหม่ ซึ่งมีข้อได้เปรียบด้านเวลา ระยะทาง และความคุ้มค่าที่สามารถนำมาทดแทนการหาค่าระดับโดยใช้กล้องระดับ

6. กิตติกรรมประกาศ

คณะผู้วิจัยขอขอบคุณกรมแผนที่ทหาร กองบัญชาการกองทัพไทย ที่ได้ให้ความอนุเคราะห์ข้อมูลที่เกี่ยวข้องในการดำเนินงานวิจัย เพื่อประโยชน์ในการพัฒนาแบบจำลองยีออยด์บริเวณประเทศไทยให้มีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น ต่อไปในภายภาคหน้า

7. เอกสารอ้างอิง

1. Pavlis, N.K., Holmes, S.A., Kenyon, S.C. and Factor, J.K., 2012, “The Development and Evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008),” *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 117 (B4), pp. 1-38.

2. Dumrongchai, P., Wichienchareon, C. and Promtong, C., 2012, “Local Geoid Modeling for Thailand,” *International Journal of Geoinformatics*, 8 (4), pp. 15-26.

3. Heiskanen, W.A. and Moritz, H., 1967, Physical Geodesy, W.H. Freeman, San Francisco.

4. Moritz, H., 1980, Advanced Physical Geodesy, Herbert Wichman Verlag, Karlsruhe.

5. Hirt, C., Featherstone, W.E. and Marti, U., 2010, “Combining EGM2008 and SRTM/DTM2006.0 Residual Terrain Model Data to Improve Quasigeoid Computations in Mountainous Areas Devoid of Gravity Data,” *Journal of Geodesy*, 84 (9), pp. 557–567.

6. Forsberg, R., 1984, A Study of Terrain Reductions, Density Anomalies and Geophysical Inversion Methods in Gravity Field Modelling, OSU Report, Department of Geodetic Science and Surveying, Ohio State University, Columbus, USA.

7. Dumrongchai, P., 2012, “Assessment of Gravity Requirements for Precise Geoid Determination in Thailand,” *Proceedings of the 33rd Asian Conference on Remote Sensing*, Pattaya, Thailand, pp. 1702-1708.

8. Forsberg, R. and Tscherning, C., 2008, An Overview Manual for the GRAVSOFT Geodetic Gravity Field Modelling Programs, National Space Institute (DUT-Space) and Niels Bohr Institute, University of Copenhagen, Denmark.

9. Dumrongchai, P. and Duangdee, N., 2019, “Evaluation of TGM2017 for Height System Using GNSS/Leveling Data in Thailand,” *International Transaction Journal of Engineering, Management, & Applied Sciences & Technologies*, 10 (10), pp. 1-10.

10. Forsberg, R. and Sideris, M.G., 1993, “Geoid Computations by the Multi-Band Spherical FFT Approach,” *Manuscripta Geodetica*, 18, pp. 82-90.

11. Vell, M.N.J.P., 2003, “A New Precise Co-Geoid Determined by Spherical FFT for the Malaysian Peninsula,” *Earth, Planets Space*, 55 (6), pp. 291-299.